

## CAPITOLO 8

**Azionamenti con motore a induzione**
**8.1 – Controllo ad orientamento di campo (Field Oriented Control: FOC)**

Per individuare un efficace modo di controllare la coppia di un motore asincrono è necessario riesaminare le equazioni dinamiche ricavate nel precedente capitolo. Ancor prima tuttavia si potrà affermare che il controllo di coppia sarà di fatto un *controllo vettoriale di corrente*, riconoscendo dalle equazioni di coppia che essa è sempre espressa da una relazione fra correnti statoriche e rotoriche o fra correnti e flussi, questi ultimi essendo peraltro funzioni algebriche delle correnti.

Nel caso dell'azionamento con motore sincrono a magneti permanenti si è trovato che il controllo di coppia si può efficacemente eseguire facendo riferimento alle correnti in un sistema di riferimento fisso con il rotore, ovvero con l'asse polare dei magneti. La questione che si pone nel caso del motore asincrono è quindi quella di individuare il più comodo sistema di riferimento per un efficace controllo di coppia. A tale quesito risponde la teoria del *Controllo ad orientamento di campo* (in inglese *Field Oriented Control: FOC*) che mostra come la soluzione ottimale sia quella di scegliere un sistema di riferimento con l'asse diretto sovrapposto con il vettore spaziale del flusso rotorico. Con questa scelta infatti si hanno *controlli indipendenti di coppia e di flusso*, in modo simile a ciò che succede in un azionamento con motore in c.c.

Per meglio comprendere questo risultato si riprendano le (7.2.17) e (7.2.18), che nell'ipotesi di correnti impresse a statore sono sufficienti a descrivere la dinamica di flusso e di coppia.

$$0 = R_r \mathbf{i}_r^x + \frac{d\lambda_r^x}{dt} + j(\omega_x - \omega_{me}) \lambda_r^x \quad (8.1.1)$$

$$\lambda_r^x = L_r \mathbf{i}_r^x + L_M \mathbf{i}_s^x \quad (8.1.2)$$

Dalla (8.1.2) si ricava

$$\mathbf{i}_r^x = \frac{\lambda_r^x}{L_r} - \frac{L_M}{L_r} \mathbf{i}_s^x \quad (8.1.3)$$

che sostituita nella (8.1.1) porge

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \lambda_r^x - \frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{i}_s^x + \frac{d\lambda_r^x}{dt} + j\omega_x^r \lambda_r^x \quad (8.1.4)$$

ove  $\omega_x^r$  è la velocità del sistema generico di riferimento rispetto al rotore e pari a  $(\omega_x - \omega_{me})$ .

La (8.1.4) può essere scomposta nella sua parte reale e coefficiente dell'immaginario per ottenere

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \lambda_{rd}^x - \frac{R_r}{L_r} L_M i_{sd}^x + \frac{d\lambda_{rd}^x}{dt} - \omega_x^r \lambda_{rq}^x \quad (8.1.5)$$

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \lambda_{rq}^x - \frac{R_r}{L_r} L_M i_{sq}^x + \frac{d\lambda_{rq}^x}{dt} + \omega_x^r \lambda_{rd}^x$$

Si moltiplichino ora la prima delle (8.1.5) per  $\lambda_{rd}^x$  e la seconda per  $\lambda_{rq}^x$ , sommandole quindi termine a termine. Sapendo che  $(\lambda_{rd}^x)^2 + (\lambda_{rq}^x)^2 = |\boldsymbol{\lambda}_r|^2 = \lambda_r^2$ , si perviene a

$$\frac{1}{2} \frac{d\lambda_r^2}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \lambda_r^2 = \frac{R_r}{L_r} L_M (i_{sd}^x \lambda_{rd}^x + i_{sq}^x \lambda_{rq}^x) \quad (8.1.6)$$

Per quanto riguarda la coppia vale la (7.2.2.1), qui riscritta per il generico sistema di riferimento

$$m = \frac{3}{2} p (\lambda_{rq}^x i_{rd}^x - \lambda_{rd}^x i_{rq}^x) \quad (8.1.7)$$

Ricordando la (8.1.3) espressa per le sue componenti d e q e sostituita nella (8.1.6) si ottiene infine

$$m = \frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} (\lambda_{rd}^x i_{sq}^x - \lambda_{rq}^x i_{sd}^x) \quad (8.1.8)$$

Dall'esame delle (8.1.6) e (8.1.8) si deduce che flusso  $\lambda_r = |\boldsymbol{\lambda}_r|$  e coppia  $m$  possono essere separatamente controllati da  $i_{sd}^x$  e  $i_{sq}^x$  rispettivamente se  $\lambda_{rq}^x = 0$ . Ciò si ottiene scegliendo un sistema di riferimento il cui asse d si sovrapponga al vettore del flusso rotorico, come mostrato in Fig. 8.1.1, e per questo indicato con  $d^\lambda$ - $q^\lambda$ .

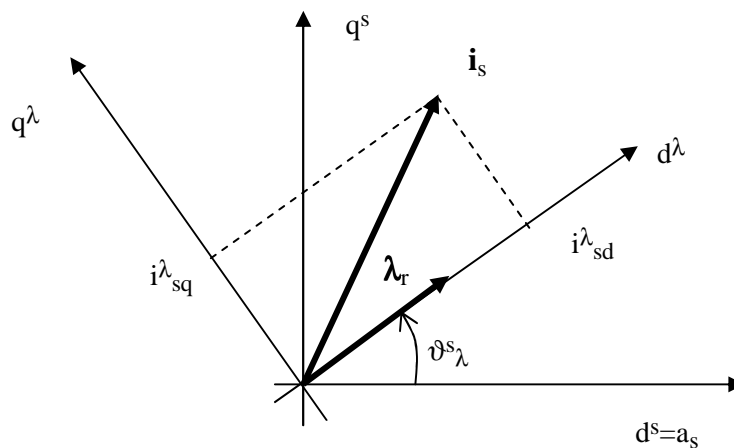


Fig. 8.1.1 – Definizione del sistema di riferimento per l'orientamento di campo

In tal caso vale infatti anche  $\lambda_r = |\boldsymbol{\lambda}_r| = \lambda_{rd}^x$  per cui le (8.1.6) e (8.1.8) diventano

$$\frac{d\lambda_r}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \lambda_r = \frac{R_r}{L_r} L_M i_{sd}^x \quad (8.1.9)$$

$$m = \frac{3}{2} p \frac{L_M}{L_r} \lambda_r i_{sq}^\lambda \quad (8.1.10)$$

a cui corrisponde lo schema a blocchi di Fig. 8.1.2 che può essere confrontato con quello di Fig. 1.1.12 per riconoscere una certa similitudine fra un motore asincrono controllato ad orientamento di campo e un motore a corrente continua ad eccitazione separata, con la corrente  $i_{sq}^\lambda$  (detta anche corrente (statorica) di coppia e a volte indicata con  $i_\tau$ ) che gioca il ruolo che era della corrente di armatura  $i_a$ , e la corrente  $i_{sd}^\lambda$  (detta anche corrente (statorica) di flusso e a volte indicata con  $i_\lambda$ ) che gioca il ruolo della tensione di eccitazione  $u_e$ .

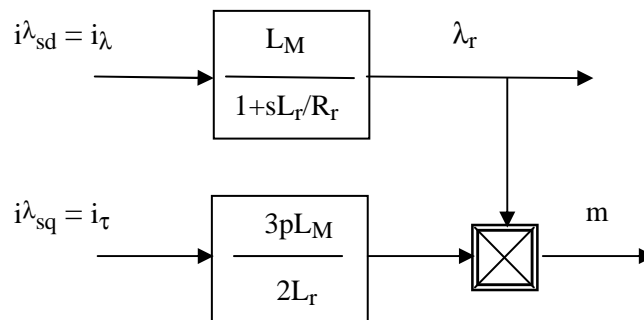


Fig. 8.1.2 – Schema a blocchi di un motore asincrono a corrente impressa in orientamento di campo.

## 8.2 Struttura dell’azionamento FOC con motore asincrono e controllo vettoriale delle correnti

La struttura di base di un azionamento con motore asincrono è simile a quella di un azionamento con motore sincrono a magnete permanente (o brushless sinusoidali)<sup>1</sup> e si presenta pertanto come in Fig. 8.2.1.

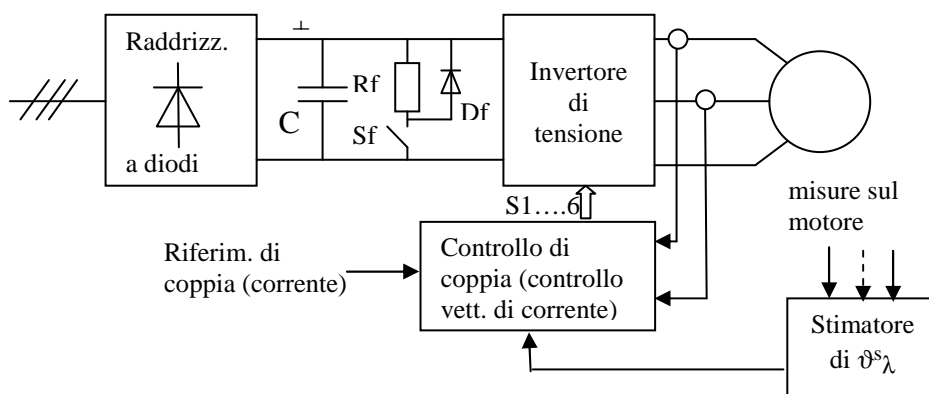


Fig. 8.2.1 – Schema di principio di azionamento con motore asincrono

<sup>1</sup> Esistono in commercio azionamenti “universali” capaci di accettare sia motori sincroni che asincroni. Secondo il caso vengono selezionate e adeguate alcune funzionalità del sistema di controllo piuttosto che altre.

Dalla sorgente di alimentazione, solitamente la rete trifase di distribuzione, si ottiene una tensione continua ( $U_{dc}$ ) mediante un raddrizzatore a diodi (non controllato). La tensione continua alimenta un invertitore trifase (cfr Cap. 4) i cui comandi sono inviati dal controllo di coppia dell'azionamento. Anche in questo caso, il controllo di coppia è di fatto un *controllo vettoriale di corrente*. A differenza del caso con motore sincrono, le equazioni del motore asincrono mostrano che tale controllo vettoriale deve essere fatto in un sistema di riferimento fisso con il vettore spaziale del flusso rotorico (che *non è fisso con il rotore*) e che, in pratica, non è neanche misurabile. La posizione  $\vartheta^s_\lambda$  del vettore spaziale del flusso rotorico, e quindi del sistema di riferimento  $d^\lambda$ - $q^\lambda$ , deve pertanto essere stimata o ricostruita a partire da altre misure accessibili sul motore come le tensioni, le correnti, la velocità ecc. I differenti algoritmi di ricostruzione impiegati distinguono le varie versioni di FOC e i principali di essi saranno discussi nel seguito, classificati in due principali categorie che prendono il nome di

- algoritmi per il *controllo ad orientamento di campo diretto*
- algoritmi per il *controllo ad orientamento di campo indiretto*

Ancora per quanto riguarda la misura delle correnti, solitamente essa viene eseguita solo su due fasi, potendosi ricavare la corrente della terza fase dal principio di Kirchhoff come somma delle prime due cambiata di segno.

Nella rete in continua fra raddrizzatore e invertitore (bus in continua) sono sempre connessi un condensatore C di livellamento della tensione raddrizzata e il sistema di dissipazione dell'energia di frenatura già discusso nel Cap. 6.

Il riferimento di coppia proviene spesso da un anello di velocità che elabora l'errore di velocità fra un riferimento di velocità e la velocità misurata sul motore o sul carico.

### 8.3 - Algoritmi per la stima del vettore flusso rotorico in azionamenti ad *orientamento di campo diretto*

Le tecniche di controllo ad orientamento di campo diretto si basano su algoritmi capaci di ricostruire il vettore spaziale del flusso rotorico  $\lambda^s_r$  a partire da misure elettromeccaniche accessibili al motore. L'argomento  $\vartheta^s_\lambda$  di tale vettore spaziale sarà quindi impiegato per stabilire la posizione dell'asse diretto del sistema di riferimento, mentre il modulo può essere usato per un eventuale controllo a catena chiusa dell'ampiezza del flusso rotorico.

A secondo delle grandezze misurate si possono immaginare tre differenti procedure:

- a) *Dalla misura del "flusso al traferro" e delle correnti statoriche*. Il flusso al traferro è costituito dalle linee di campo che, prodotte dalle correnti di statore e di rotore si concatenano con entrambi gli avvolgimenti (*flusso principale*). Immaginando per semplicità che gli avvolgimenti statico e rotorica siano identici, tale flusso al traferro si può esprimere con la:

$$\lambda_o^s = L_M \mathbf{i}_s^s + L_M \mathbf{i}_r^s \quad (8.3.1)$$

dalla quale si ricava:

$$\mathbf{i}_r^s = \frac{\lambda_o^s}{L_M} - \mathbf{i}_s^s \quad (8.3.2)$$

che sostituita nella (8.1.2)<sup>2</sup> porta a

$$\lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \lambda_o^s - (L_r - L_M) i_s^s \quad (8.3.3)$$

che è la grandezza cercata.

Il flusso al traferro si misura con sensori di flusso inseriti nel traferro secondo due direzioni a  $d^s$  e  $q^s$  sfasate spazialmente di 90 gradi elettrici. Solitamente si tratta di sensori ad effetto Hall che forniscono un segnale proporzionale all'induzione magnetica nella posizione ove sono posti, che si può ritenere a sua volta proporzionale alle componenti del vettore (8.3.1) secondo le due direzioni prescelte.

La tecnica di ricostruzione appena illustrata può essere esaminata, come le successive dal punto di vista di alcuni aspetti implementativi che sono:

- *dipendenza dai parametri e sensibilità alle variazioni parametriche.* È in questo caso relativamente modesta perché pochi sono i parametri coinvolti e, anche se dipendenti dalle condizioni di saturazione magnetica, il loro rapporto  $L_r/L_M$  e la loro differenza  $L_r-L_M$  risultano abbastanza costanti.
  - *onerosità computazionale.* L'applicazione della (8.3.3) è elementare, perché trattasi della semplice combinazione lineare delle due misure<sup>3</sup>.
  - *onerosità della misura.* Questo aspetto è assai pesante perché, mentre le correnti possono essere facilmente misurate sui cavi di alimentazione del motore, la misura del “flusso al traferro” richiede di inserire nel motore specifici sensori, ingombranti, sensibili alla temperatura, delicati ecc. Questo aspetto rappresenta lo svantaggio più marcato della tecnica presentata, al punto da renderla raramente applicata.
- b) *Dalla misura delle tensioni e correnti statoriche.* Trasduttori di tensione e di corrente ai morsetti del motore consentono di ricostruire innanzitutto i vettori spaziali delle tensioni e delle correnti statoriche. Quindi dalla (7.2.1)

$$\mathbf{u}_s^s = R_s \mathbf{i}_s^s + \frac{d\lambda_s^s}{dt}$$

si può calcolare

$$\lambda_s^s = \int_{-\infty}^t (\mathbf{u}_s^s - R_s \mathbf{i}_s^s) dt \quad (8.3.4)$$

Infine dalle

$$\lambda_s^s = L_s \mathbf{i}_s^s + L_M \mathbf{i}_r^s \quad (8.3.5)$$

si ricava:

<sup>2</sup> La (8.1.2) è scritta per un generico sistema di riferimento, ma come tutte le espressioni di quel tipo, essa è valida per qualsiasi sistema di riferimento e pertanto anche per quello stazionario qui assunto.

<sup>3</sup> All'atto pratico non si dispongono delle grandezze vettoriali, ma delle loro componenti scalari secondo gli assi d e q. La (8.3.3) sarà quindi in pratica scomposta nelle sue componenti reale e immaginaria e applicata separatamente per ciascuna di esse.

$$\mathbf{i}_r^s = \frac{\lambda_r^s}{L_M} - \frac{L_s}{L_M} \mathbf{i}_s^s \quad (8.3.6)$$

che sostituita nella (8.1.2) porta a

$$\lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \lambda_s^s - \left( \frac{L_r L_s}{L_M} - L_M \right) \mathbf{i}_s^s = \frac{L_r}{L_M} \left( \lambda_s^s - \left( L_s - \frac{L_M^2}{L_r} \right) \mathbf{i}_s^s \right) = \frac{L_r}{L_M} \left( \lambda_s^s - L_{st} \mathbf{i}_s^s \right) \quad (8.3.7)$$

che è la grandezza cercata. L'induttanza  $L_{st}$  è l'induttanza transitoria di statore della macchina asincrona, assimilabile all'induttanza di dispersione totale principalmente dovuta a linee di campo che si sviluppano in gran parte in aria.

Alla luce degli aspetti implementativi prima citati, questa seconda tecnica di ricostruzione presenta le seguenti caratteristiche:

- *dependenza dai parametri e sensibilità alle variazioni parametriche.* È maggiore il numero di parametri che si devono sconoscere e fra di essi vi è anche la resistenza statorica che è fortemente affetta dalla temperatura di lavoro del motore. Discrepanze fra il valore di resistenza impiegato nella (8.3.4) e il valore vero, comportano una ricostruzione erronea del vettore del flusso statorico. Tali discrepanze hanno un peso tanto maggiore quanto minore è la differenza che compare nella (8.3.4) e cioè alle basse frequenze (velocità) di lavoro ove la tensione statorica è poco maggiore della caduta resistiva. Tutto ciò rende impossibile l'impiego di questa tecnica al di sotto di un limite minimo di frequenza di alimentazione.
  - *onerosità computazionale.* La maggiore criticità computazionale risiede nell'integrazione che appare nella (8.3.4). Si riconosce infatti che l'eventuale presenza di un termine a valor medio diverso da zero nell'espressione integrata (dovuto per esempio ad un offset in una misura) causa una deriva indefinita dell'integrazione in senso positivo o negativo a seconda del segno di questo termine. Tale comportamento richiede in pratica di adottare tutti gli accorgimenti nel sistema fisico di misura e nell'implementazione dell'algoritmo volti a cancellare ogni deriva.
  - *onerosità della misura.* Da questo punto di vista questo secondo metodo di ricostruzione del vettore spaziale del flusso rotorico presenta una minima onerosità, basandosi su grandezze tutte disponibili ai morsetti del motore.
- c) *Dalla misura delle correnti statoriche e della velocità rotorica.* Il metodo si basa sull'equazione (7.2.15)

$$\mathbf{0} = R_r \mathbf{i}_r^s + \frac{d\lambda_r^s}{dt} - j\omega_{me} \lambda_r^s \quad (8.3.8)$$

Dalla (8.1.2) si ottiene

$$\mathbf{i}_r^s = \frac{\lambda_r^s}{L_r} - \frac{L_M}{L_r} \mathbf{i}_s^s \quad (8.3.9)$$

che sostituita nella (8.3.7) porta infine a:

$$\frac{d\lambda_r^s}{dt} = (j\omega_{me} - \frac{R_r}{L_r})\lambda_r^s + \frac{R_r L_M}{L_r} i_s^s \quad (8.3.10)$$

La (8.3.10) mostra che il vettore spaziale del flusso rotorico risulta descritto da una dinamica del primo ordine avente come grandezza impressa il vettore della corrente statorica. Scomposta nella sua parte reale e immaginaria la (8.3.10) diventa:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{rd}^s}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{rd}^s &= -\omega_{me} \lambda_{rq}^s + \frac{R_r L_M}{L_r} i_{sd}^s \\ \frac{d\lambda_{rq}^s}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{rq}^s &= \omega_{me} \lambda_{rd}^s + \frac{R_r L_M}{L_r} i_{sq}^s \end{aligned} \quad (8.3.11)$$

cui corrisponde allo schema a blocchi di Fig. 8.3.1:

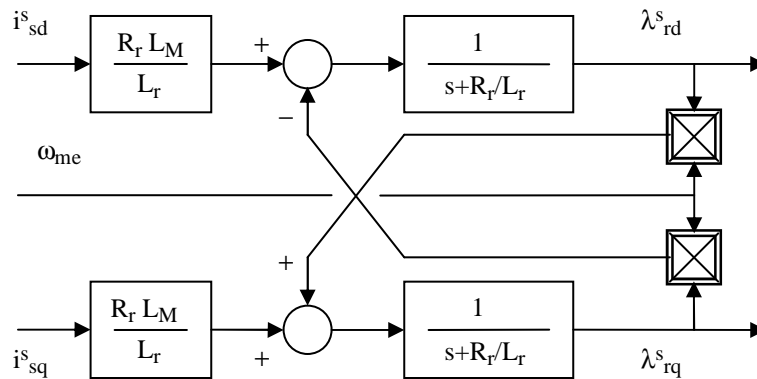


Fig. 8.3.1 – Schema a blocchi implementativi del terzo metodo di ricostruzione del flusso rotorico

che fornisce le componenti della grandezza cercata.

Alla luce dei soliti aspetti implementativi, questa terza tecnica di ricostruzione del flusso rotorico presenta le seguenti caratteristiche:

- *dipendenza dai parametri e sensibilità alle variazioni parametriche.* È sempre grande il numero di parametri che si devono conoscere e fra di essi vi è anche la resistenza rotorica che è affetta dalla temperatura ancor più di quella statorica. Discrepanze fra il valore di resistenza impiegato nella (8.3.10) e il valore vero, comportano una ricostruzione erranea del vettore del flusso statorico. Non appare tuttavia una esaltazione degli effetti di tali discrepanze alle basse velocità, come evidenziato per il secondo metodo e pertanto questo ha, da questo punto di vista, una applicabilità più ampia.
- *onerosità computazionale.* Non è presente la criticità computazionale dovuta all'integrazione pura che invece appare nella (8.3.4). Da questo punto di vista non ci sono pertanto particolari problemi computazionali.
- *onerosità della misura.* L'onere più pesante è la necessità della misura della velocità rotorica al solo scopo di applicare la (8.3.10), anche se nessun anello di velocità fosse presente nell'azionamento.

Con tutti e tre i metodi di ricostruzione del vettore flusso rotorico si perviene infine al seguente schema di azionamento con controllo ad orientamento di campo diretto.

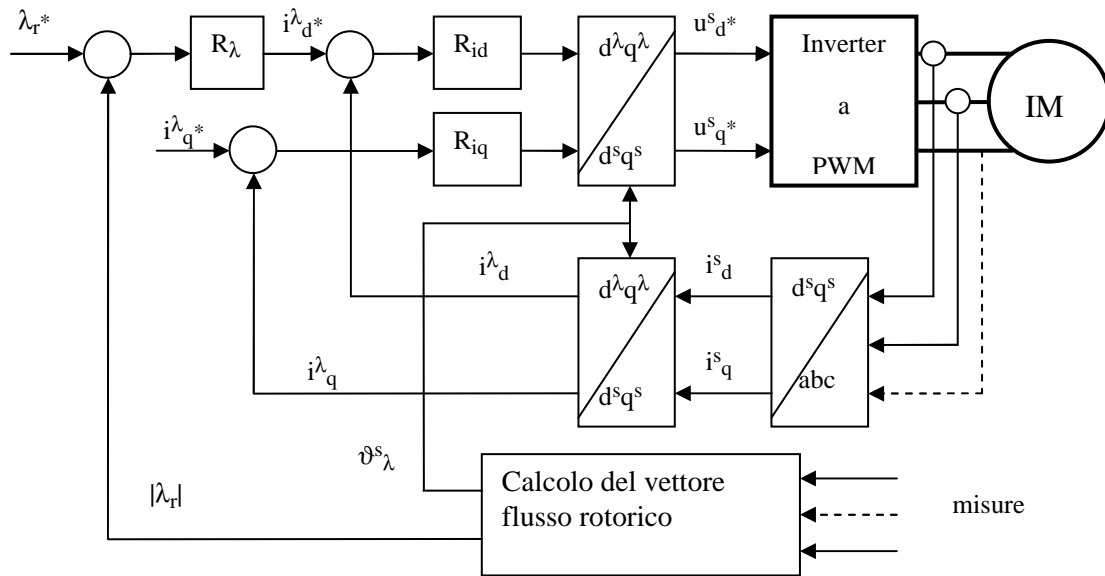


Fig. 8.3.2 – Azionamento FOC diretto per motore asincrono

Il riferimento di ampiezza (modulo) del flusso rotorico proviene in genere da un controllo della tensione ai morsetti del motore (deflussaggio), mentre quello della corrente in quadratura deriva dalla richiesta di coppia (cui la corrente è proporzionale) per esempio da un più esterno anello di velocità.

#### 8.4 - Algoritmi per la stima del vettore flusso rotorico in azionamenti ad *orientamento di campo indiretto*

Il controllo ad orientamento di campo indiretto invece di ricostruire il vettore spaziale del flusso rotorico da far coincidere con l'asse diretto del sistema di riferimento da adottare per il controllo vettoriale delle correnti, impone precise condizioni di alimentazione al motore tali che sia il vettore spaziale del flusso rotorico a collocarsi sull'asse diretto del sistema di riferimento adottato.

Per comprendere il principio si prenda in considerazione la seconda delle (8.1.5) che può essere riordinata nel seguente modo

$$\frac{d\lambda_{rq}^x}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{rq}^x = \frac{R_r}{L_r} L_M i_{sq}^x - \omega_x^r \lambda_{rd}^x \quad (8.3.12)$$

La (8.3.12) mostra che  $\lambda_{rq}^x$  risulta identicamente nullo, quindi  $\lambda_{rd}^x = \lambda_r$ , se il termine noto dell'equazione differenziale è identicamente nullo, cioè se

$$\omega_x^r = \omega_x - \omega_{me} = \frac{R_r}{L_r} L_M \frac{i_{sq}^x}{\lambda_{rd}^x} \quad (8.3.13)$$

In altre parole, l'orientamento di campo *viene indirettamente a realizzarsi* imponendo un preciso valore della velocità di scorrimento (velocità angolare rispetto al rotore) del sistema di riferimento.

Lo schema realizzativo è quello di Fig. 8.4.1. Dai riferimenti di flusso rotorico (ampiezza) e di corrente statorica in quadratura (la cui origine è la stessa di quella presunta per lo schema di Fig. 8.3.2), si ricava la velocità di scorrimento  $\omega_x^r$  applicando la (8.3.13). Sommando la  $\omega_{me}$  si perviene a  $\omega_x$  che integrata da la posizione  $\vartheta_x$  del sistema di riferimento  $d^x-q^x$  il cui asse dovrebbe coincidere con il vettore del flusso rotorico.

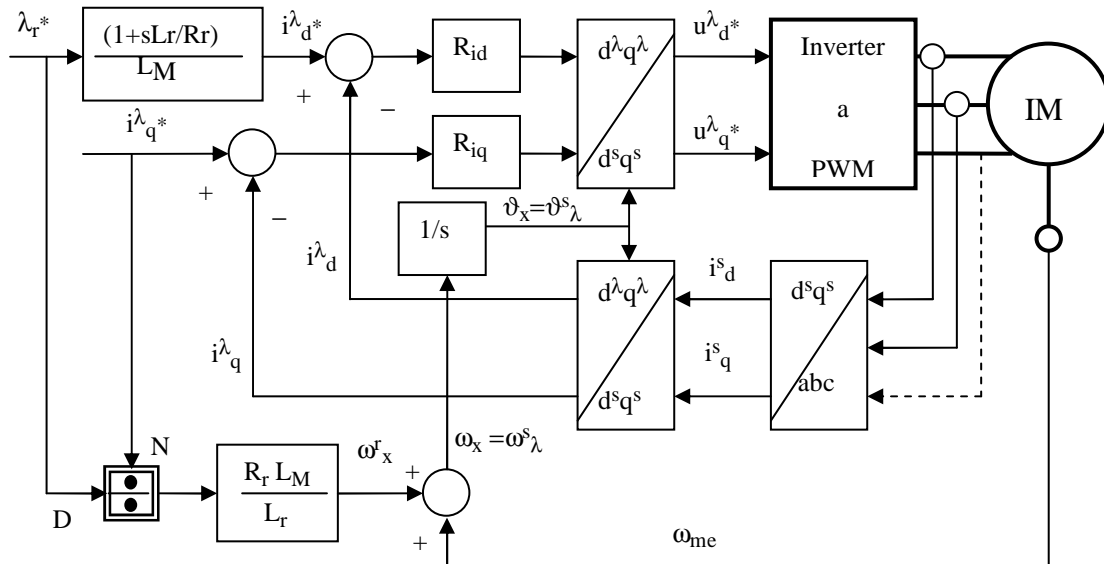


Fig. 8.4.1 – Azionamento FOC indiretto per motore asincrono

Non è presente in questo caso un anello di flusso. Il riferimento di corrente diretta statorica si ricava dal riferimento di flusso invertendo il blocco corrente-flusso presente nello schema di Fig. 8.1.2 ovvero dalla (8.2.9).

Anche il controllo ad orientamento di campo indiretto può essere valutato con riferimento ai caratteri già utilizzati per i metodi del FOC diretto.

- *dependenza dai parametri e sensibilità alle variazioni parametriche.* La situazione è analoga a quella del terzo metodo del FOC diretto. Per entrambi è coinvolta la resistenza rotorica o, meglio la costante di tempo rotorica. Ciò comporta una errata valutazione di  $\omega_x^r$  ogni qualvolta il valore impiegato nel controllo non coincide con quello reale. Nel paragrafo successivo si esaminerà con maggior dettaglio questo aspetto.
- *onerosità computazionale.* Non appaiono particolari difficoltà computazionali se non quella della somma di  $\omega_x^r$  con  $\omega_{me}$  che deve essere eseguita con notevole precisione, visto il piccolo valore che il primo addendo può avere rispetto al secondo.
- *onerosità della misura.* L'onere più pesante è la necessità della misura della velocità rotorica al solo scopo di applicare la (8.3.13), anche quando nessun anello di velocità è presente nell'azionamento.

### 8.5 – Effetto dell'errato calcolo della velocità di scorrimento in azionamenti ad orientamento di campo indiretto

Il controllo ad orientamento di campo indiretto si basa sulla corretta imposizione della velocità di scorrimento del sistema di riferimento così da ottenere che il vettore spaziale risultante del flusso rotorico si posizioni sull'asse d.

Lo studio degli effetti di un non corretto valore di velocità di scorrimento, almeno a regime, si può condurre risolvendo le (8.1.5), assumendo costanti (a regime) per ciascuna delle grandezze. Le (8.1.5) diventano

$$\begin{cases} \frac{R_r}{L_r} \Lambda_{rd}^x - \Omega_x^r \Lambda_{rq}^x = \frac{R_r}{L_r} L_M I_{sd}^x \\ \frac{R_r}{L_r} \Lambda_{rq}^x + \Omega_x^r \Lambda_{rd}^x = \frac{R_r}{L_r} L_M I_{sq}^x \end{cases} \quad (8.5.1)$$

che risolte per i flussi di asse diretto ed in quadratura forniscono

$$\Lambda_{rd}^x = L_M \frac{\frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r I_{sq}^x + I_{sd}^x}{1 + \left( \frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r \right)^2} \quad (8.5.2)$$

$$\Lambda_{rq}^x = L_M \frac{I_{sq}^x - \frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r I_{sd}^x}{1 + \left( \frac{L_r}{R_r} \Omega_x^r \right)^2} \quad (8.5.3)$$

Per ogni scelta del di vettore spaziale di corrente statorica, le (8.5.2) e (8.5.3) danno in funzione del valore imposto per  $\Omega_x^r$  le risultanti componenti del flusso rotorico. Si riconosce che quando è soddisfatta la (8.3.13), tenendo conto che a regime vale  $\Lambda_r = L_M I_{sd}$ , la (8.5.3) restituisce un valore nullo come deve essere.

Per un più facile esame delle (8.5.2) e (8.5.3), si può riconoscere che esse sono le equazioni parametriche (parametro  $\Omega_x^r$ ) di una circonferenza, come quella di Fig. 8.5.1 a) disegnata per un generico valore di vettore corrente statorica che ne rappresenta il diametro. Ogni punto della circonferenza rappresenta un punto di lavoro con differente valore di  $\Omega_x^r$  cui corrisponde un differente vettore spaziale di flusso rotorico.

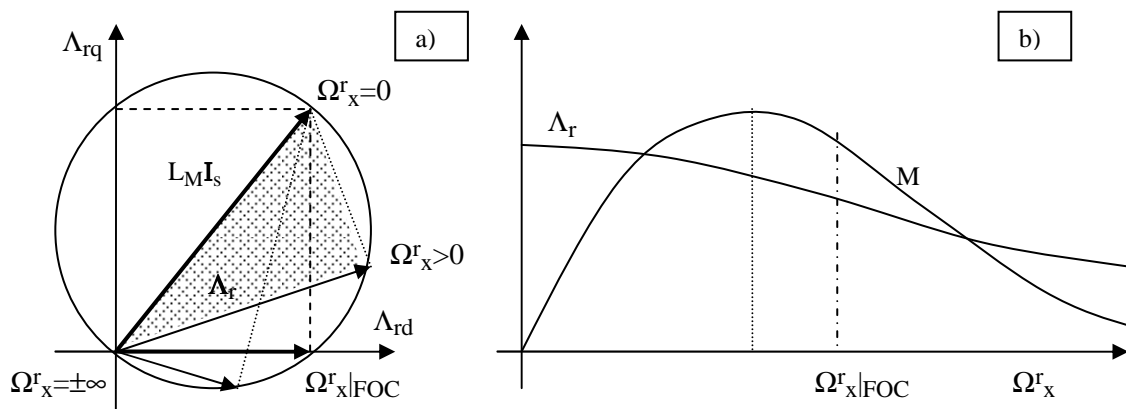


Fig. 8.5.1 – Studio di  $\Omega_x^r$  su coppia e flusso

Quando  $\Omega_x^r$  è il corretto valore dato dalla (8.3.13), indicato con  $\Omega_x^r|_{\text{FOC}}$  in Fig. 8.5.1, il vettore spaziale del flusso rotorico cade giustamente sull'asse d. Per altri valori di  $\Omega_x^r$  questo posizionamento viene invece perso. L'esame della figura mostra che l'ampiezza del flusso rotorico varia con  $\Omega_x^r$  come riportato in Fig. 8.5.1 b). Anche la coppia si può leggere sulla Fig. 8.5.1 a): essa infatti è proporzionale all'area del triangolo rettangolo individuato dal vettore del flusso rotorico e dal diametro del cerchio. Si deduce quindi che, per un dato diametro del cerchio ossia per un dato vettore di corrente statorica la massima coppia si ha quando l'angolo fra i due vettori citati è pari a  $45^\circ$ . Il funzionamento in orientamento di campo non corrisponde a tale situazione (si veda la Fig. b)): l'orientamento di campo non ha lo scopo di far funzionare il motore asincrono nelle condizioni di massimo rapporto coppia su corrente, ma di consentire un controllo separato (disaccoppiato) di flusso e di coppia come in un motore a corrente continua ad eccitazione separata.

## 8.6 – Sensitività parametrica in azionamenti ad orientamento di campo diretto

Si prende in esame in questo paragrafo la sensitività parametrica dei principali algoritmi di ricostruzione del flusso rotorico nei confronti dei parametri del motore che sono coinvolti negli algoritmi stessi.

**8.6.1 – Definizione della funzione sensitività parametrica** – Sia data una *funzione reale*  $f(x,p)$  della *variabile reale*  $x$  e che contiene il *parametro reale positivo*  $p$ . Si definisce *sensitività parametrica* di  $f$  rispetto a  $p$  la *funzione reale*:

$$S_f^p(x,p) = \frac{df}{dp} \frac{p}{f} = \frac{\frac{df}{f}}{\frac{dp}{p}} = \frac{d(\ln|f|)}{d(\ln p)} \quad (8.6.1)$$

ove dopo il primo segno di uguaglianza si è omessa per semplicità l'indicazione esplicita della dipendenza di  $f$  da  $x$  e  $p$ .

Se il valore della funzione  $f$  è nullo, la (8.6.1) non si può applicare. In tal caso essa è sostituita con la:

$$S_f^{(n)p}(x,p) = \frac{df}{dp} \frac{p}{f_n} \quad (8.6.1a)$$

ove  $f_n$  è un valore prefissato di riferimento per valutare l'entità della variazione  $df$ :  $df/f_n$  è detta anche *variazione normalizzata*.

Dalla (8.6.1) si riconosce che la sensitività fornisce il rapporto fra la variazione relativa di  $f$  ( $df/f$ ) rispetto alla variazione relativa del parametro ( $dp/p$ ). Una sensitività pari a 1 sta ad indicare che il risultato della funzione varia percentualmente della stessa quantità percentuale che descrive la variazione del parametro. Sensitività maggiori (minori) di 1 stanno ad indicare situazioni in cui la variazione percentuale del parametro in esame viene esaltata (attenuata) nella variazione percentuale della funzione.

Per generalizzare, sia data una *funzione complessa*  $\mathbf{f}(x,p)$  della *variabile complessa*  $\mathbf{x}$  e che contiene il *parametro reale positivo*  $p$ . Si definisce ora *sensitività parametrica* di  $\mathbf{f}$  rispetto a  $p$  la *funzione complessa*

$$\mathbf{S}_f^p(\mathbf{x}, p) = \frac{d\mathbf{f}}{dp} \frac{p}{\mathbf{f}} = \frac{\frac{d\mathbf{f}}{\mathbf{f}}}{\frac{dp}{p}} = \frac{d(\ln \mathbf{f})}{d(\ln p)} \quad (8.6.2)$$

Ricordando che

$$\ln \mathbf{f} = \ln(|\mathbf{f}|e^{j\varphi}) = \ln|\mathbf{f}| + j\varphi \quad (8.6.3)$$

si ottiene

$$\mathbf{S}_f^p(\mathbf{x}, p) = \frac{d(\ln|\mathbf{f}| + j\varphi)}{d(\ln p)} = \frac{d(\ln|\mathbf{f}|)}{d(\ln p)} + j \frac{d\varphi}{d(\ln p)} = \frac{d(\ln|\mathbf{f}|)}{d(\ln p)} + j\varphi \frac{d(\ln|\varphi|)}{d(\ln p)} \quad (8.6.4)$$

e cioè in forma compatta:

$$\mathbf{S}_f^p(\mathbf{x}, p) = \mathbf{S}_{|\mathbf{f}|}^p(\mathbf{x}, p) + j\varphi \mathbf{S}_\varphi^p(\mathbf{x}, p) \quad (8.6.5)$$

oppure

$$\mathbf{S}_f^p(\mathbf{x}, p) = \mathbf{S}_{|\mathbf{f}|}^p(\mathbf{x}, p) + j\mathbf{S}_\varphi^{(n)p}(\mathbf{x}, p) \quad (8.6.5a)$$

Si riconosce che se  $f$  è reale la (8.6.4) coincide con la (8.6.1). Ancora le (8.6.4) e (8.6.5) mostrano che la sensitività di una funzione complessa è una funzione complessa la cui parte reale rappresenta la sensitività del modulo di  $f$  mentre il coefficiente dell'immaginario è la sensitività dell'argomento moltiplicata per l'argomento stesso, ovvero il rapporto fra la variazione  $d\varphi$  dell'argomento e la variazione relativa  $dp/p$  del parametro (sensitività normalizzata rispetto a 1 rad).

**8.6.2 – Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle tensioni e correnti statoriche** – Si applica dapprima quanto definito nel par. 8.6.1 alla procedura di stima del flusso rotorico descritta al punto b) del par. 8.3 e che può essere scritta come:

$$\lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left[ \int_{-\infty}^t (\mathbf{u}_s^s - \mathbf{R}_s \mathbf{i}_s^s) dt - L_t \mathbf{i}_s^s \right] \quad (8.6.6)$$

Considerando il funzionamento in regime sinusoidale, ogni grandezza vettoriale si può esprimere con la

$$\mathbf{g}_x^s(t) = \mathbf{G}_x^s e^{j\Omega_s t} \quad (8.6.7)$$

essendo  $\Omega_s$  la velocità di rotazione, a regime, di tutti i vettori definiti nel sistema di riferimento  $d^s q^s$ , e  $\mathbf{G}_x^s$  la posizione iniziale del vettore  $\mathbf{g}_x^s(t)$  (quindi la posizione di  $\mathbf{g}_x^s(0)$  in  $d^s q^s$ ).

Esprimendo ciascuna delle variabili in (8.6.6) secondo la (8.6.7) e prendendo in esame la soluzione particolare (soluzione a regime sinusoidale) si trova:

$$\Lambda_r^s = \frac{L_r}{L_M} \left( \frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right) \quad (8.6.8)$$

Applicando la (8.6.2) alla (8.6.8) si trova

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_r/L_M} = \frac{\left( \frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right) \frac{L_r}{L_M}}{1 \left( \frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right) \frac{L_r}{L_M}} = 1 \quad (8.6.9)$$

mentre

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = \frac{\frac{L_r}{L_M} (-I_s^s)}{1} \frac{L_t}{\left( \frac{U_s^s - R_s I_s^s}{j\Omega_s} - L_t I_s^s \right) \frac{L_r}{L_M}} = \frac{\frac{L_r}{L_M} (-I_s^s)}{1} \frac{L_t}{\Lambda_r^s} \quad (8.6.10)$$

Ricordando che il rapporto di due numeri complessi è un numero complesso il cui modulo è pari al rapporto dei rispettivi moduli e l'argomento è la differenza degli argomenti, la (8.6.10) si può scrivere nella forma

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = -\frac{L_r L_t}{L_M} \frac{|I_s^s|}{|\Lambda_r^s|} e^{j\vartheta_i^\lambda} = -\frac{L_r L_t}{L_M} \frac{I_{sd}^\lambda (1 + j \tan \vartheta_i^\lambda)}{|\Lambda_r^s|} \quad (8.6.11)$$

e dalla  $\Lambda_r = L_M I_{sd}^\lambda$  e dalla definizione di  $L_t$  si ottiene infine

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = -\frac{L_r L_t}{L_M^2} (1 + j \tan \vartheta_i^\lambda) = \left(1 - \frac{L_r L_s}{L_M^2}\right) (1 + j \tan \vartheta_i^\lambda) \quad (8.6.12)$$

Infine per il terzo parametro rappresentato dalla resistenza statorica si ottiene con operazioni analoghe:

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = -\frac{L_r}{L_M} \frac{I_s^s R_s}{j\Omega_s \Lambda_r^s} = -\frac{L_r}{L_M^2} \frac{(1 + j \tan \vartheta_i^\lambda)}{j\Omega_s} R_s \quad (8.6.13)$$

che si può riscrivere nella forma:

$$S_{\Lambda_r^s}^{L_t} = -\frac{L_r L_s}{L_M^2} \frac{R_s}{\Omega_s L_s} (\tan \vartheta_i^\lambda - j) \quad (8.6.14)$$

Le (8.6.8), (8.6.12) e (8.6.14) consentono di studiare la sensitività parametrica in questione. Fissati i parametri del motore, essa varia con  $\vartheta_1^\lambda$  e con la frequenza statorica  $\Omega_s$ . L'angolo  $\vartheta_1^\lambda = \arctan(I_{sq}^\lambda / I_{sd}^\lambda)$  dipende dalle condizioni di carico e varia quindi da 0 per il funzionamento a vuoto (coppia nulla) fino a valori attorno a  $\tan\vartheta_{i\pm}(2\div 4)$  (valori positivi nel funzionamento da motore, negativi in quello da freno, maggiori in valore assoluto per motori più grandi). Per quanto riguarda i parametri si può avere per esempio  $L_M/L_r \approx L_M/L_s \approx 0.9$  e  $R_s/\Omega_{sN}L_s \approx 1/30 \div 1/50$  (alla frequenza nominale). Con tali valori si ottengono le sensitività rappresentate qualitativamente in Fig. 8.6.1 ove è pure riportato, come termine di confronto, il cerchio di raggio unitario. Si osserva che la sensitività rispetto al rapporto  $L_r/L_M$  è puramente reale e quindi errori in tale rapporto si ripercuotono in errori sulla sola ampiezza del flusso stimato. Viceversa la sensitività rispetto a  $L_t$  ha una parte reale negativa (errori positivi in  $L_t$  causano minori ampiezze nel flusso calcolato) ma anche una parte immaginaria che a pieno carico e di valore assoluto maggior e di quella reale. Si avranno pertanto importanti effetti sulla fase del flusso calcolato ogniqualvolta si utilizza un valore di  $L_t$  diverso dal vero.

Infine la sensitività rispetto alla resistenza statorica mostra valori crescenti con il diminuire della frequenza di statore (teoricamente tende all'infinito per  $\Omega_s$  che tende a zero) rendendo non applicabile questo metodo di ricostruzione del flusso rotorico per valori di frequenza al di sotto di circa il 10% della frequenza nominale.

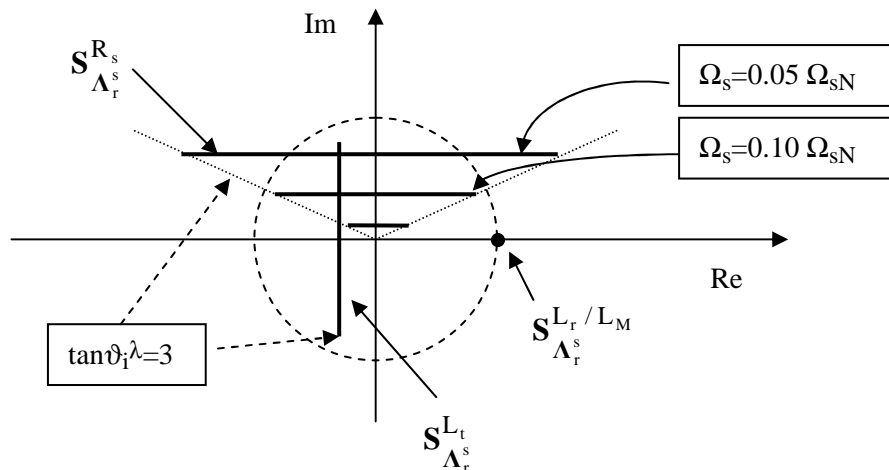


Fig. 8.6.1 Sensitività parametrica della stima del flusso rotorico dalle tensioni e correnti di statore.

**8.6.3 – Sensitività parametrica della stima di flusso rotorico dalle correnti statoriche e dalla velocità** – Si applica ora quanto definito nel par. 8.6.1 alla procedura di stima del flusso rotorico descritta al punto c) del par. 8.3 e che consiste nella soluzione della seguente equazione differenziale complessa:

$$\frac{d\lambda_r^s}{dt} = (j\omega_{me} - \frac{R_r}{L_r})\lambda_r^s + \frac{R_r L_M}{L_r} \mathbf{i}_s^s \quad (8.6.15)$$

La (8.6.15) a regime sinusoidale porge:

$$\Lambda_r^s = \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} \quad (8.6.16)$$

Alla (8.6.16) si può applicare la definizione (8.6.2) della sensitività parametrica rispetto ai due parametri  $L_M$  e  $R_r/L_r$ . Per i due casi si ottiene:

$$\mathbf{S}_{\Lambda_r^s}^{L_M} = 1 \quad (8.6.17)$$

e

$$\mathbf{S}_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = L_M \mathbf{I}_s^s \frac{\left[ \frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right] - \frac{R_r}{L_r} \cdot \frac{R_r}{L_r} \left[ \frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]}{\left[ \frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me}) \right]^2} \cdot \frac{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s}{\frac{R_r}{L_r} L_M \mathbf{I}_s^s} \quad (8.6.18)$$

Dopo le dovute semplificazioni la (8.6.18) diventa

$$\mathbf{S}_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = \frac{j(\Omega_s - \Omega_{me})}{\frac{R_r}{L_r} + j(\Omega_s - \Omega_{me})} \quad (8.6.19)$$

Ricordando la (8.3.13) valutata a regime si trova che:

$$(\Omega_s - \Omega_{me}) = \frac{R_r}{L_r} \tan \vartheta_i^\lambda \quad (8.6.20)$$

che sostituita nella (8.6.19) porta infine a:

$$\mathbf{S}_{\Lambda_r^s}^{R_r/L_r} = \frac{j \tan \vartheta_i^\lambda}{1 + j \tan \vartheta_i^\lambda} \quad (8.6.21)$$

Le (8.6.17) e (8.6.21) sono graficamente mostrate in Fig. 8.6.2.

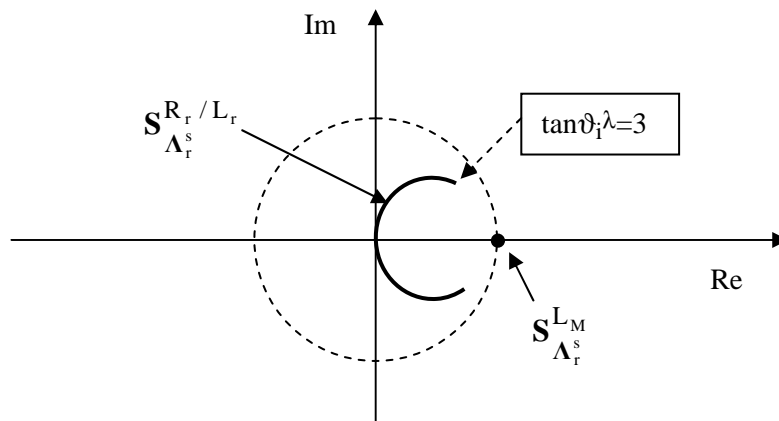


Fig. 8.6.2 Sensitività parametrica della stima del flusso rotorico dalle correnti di statore e dalla velocità.

Si osserva dalla figura (e dalle espressioni) come la sensitività sia indipendente dalla frequenza di alimentazione e dipenda invece solo dalle condizioni di carico. In ogni caso i valori assunti dalla sensitività stanno sempre entro il cerchio di raggio unitario (a tratteggio in figura) a riprova della superiorità di questo metodo di stima del flusso rotorico rispetto a quello precedentemente analizzato.