

CAPITOLO 6-B

Azionamento con motore IPM
Azionamento sensorless con motore sincrono a magneti permanenti

6.8 – Schema generale dell’azionamento con motore IPM

Lo schema generale di un azionamento con motore IPM è mostrato in Fig. 6.8.1. La parte colorata e incorniciata rappresenta il sistema di controllo, mentre il resto rappresenta la struttura di potenza e i sistema dei trasduttori di corrente e dei trasduttori T_θ di posizione (assoluta).

Si è supposto che sia impiegato un *controllo di corrente sincrono*, ovvero i cui regolatori agiscono in un sistema di riferimento rotante con il rotore. Per semplicità si può immaginare che i regolatori di corrente siano dei tradizionali controllori PID.

All’uscita di ciascun regolatore di corrente vengono sommati i segnali per il *disaccoppiamento degli assi* e per la *compensazione della fem*. I primi estendono quanto illustrato nel par. 6.5 tenendo in conto nel presente schema le differenti induttanza degli assi d e q.

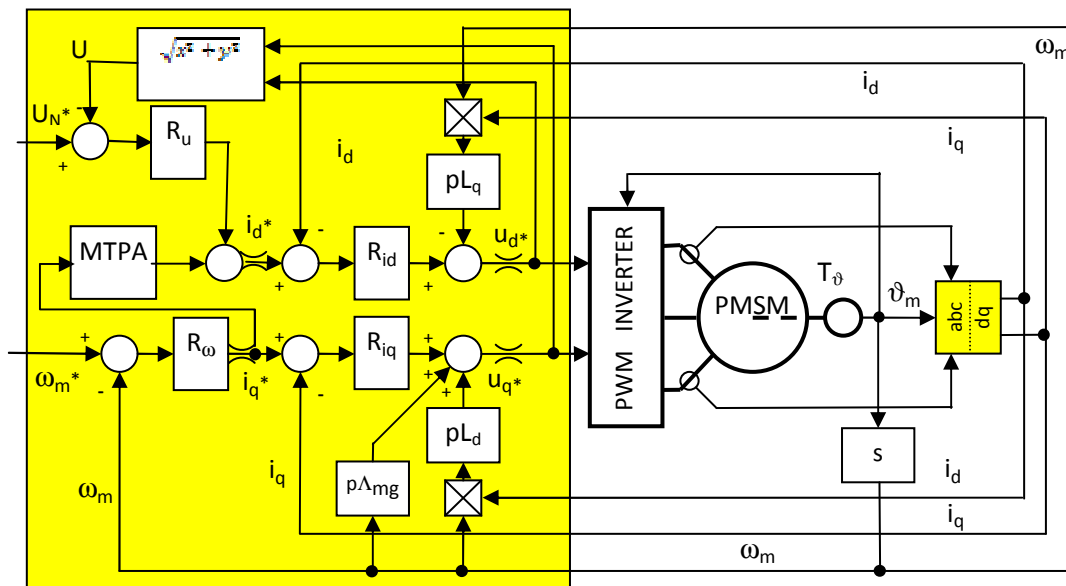


Fig. 6.8.1 – Schema generale di azionamento IPM

I due limitatori che agiscono sui riferimenti di tensione rappresentano e rispettano i limiti di tensione dell’invertitore, in genere un po’ maggiori della tensione massima accettabile continuamente dal motore. Per semplicità a volte essi applicano limiti fissi predeterminati sui due canali: *limitazione rettangolare delle tensioni*; in soluzioni più curate realizzano una *limitazione circolare dinamica* imponendo cioè una limitazione fissa al modulo del vettore spaziale, piuttosto che alle sue componenti d e q.

I riferimenti di corrente d e q provengono dall’anello di tensione (*controllo di deflussaggio*) e dall’anello di velocità rispettivamente. Il secondo non differisce da quello usato nel caso degli azionamenti con motore isotropo. Esso fornisce un riferimento di corrente in quadratura in funzione del quale si calcola il riferimento della corrente diretta in modo da avere il punto di lavoro sul luogo MTPA. Alternativamente l’uscita del regolatore di velocità può essere un riferimento di coppia o il modulo del vettore della corrente statorica, in funzione dei quali calcolare poi i riferimenti di i_d e i_q secondo la relazione che definisce l’MTPA. L’anello di tensione agisce solo quando la tensione ai morsetti del motore supera, come modulo del vettore spaziale, la sua tensione nominale. Quando ciò si manifesta, il regolatore di tensione R_u produce una corrente diretta di deflussaggio che va correggere il riferimento di i_d portandolo su valori più negativi così da

cancellare parte del flusso dovuto al magnete e contenere la tensione entro il valore nominale. Con il maggior valore assoluto di i_d , il limite di corrente i_q viene ridotto per stare entro la stessa massima corrente. Di ciò si occupano i due limitatori sui riferimenti di corrente il cui livelli sono coordinati.

6.9 – Classificazione degli azionamenti sensorless con motore sincrono a magneti permanenti.

Lo schema di Fig. 6.8.1 mostra che l’azionamento con motore sincrono a magneti permanenti (ma lo stesso è anche per quelli a campo avvolto e comunque per tutti gli azionamenti con motore sincrono anche con rotore isotropo) per attuare il controllo di corrente (coppia) necessita della conoscenza della posizione assoluta del rotore ovvero dell’angolo ϑ_{me} . Tale angolo costituisce la posizione dell’asse diretto del sistema di riferimento nel quale sono definite le correnti da imporre allo statore per avere la desiderata coppia. Questa è una caratteristica degli azionamenti con macchina sincrona e consente di ottenere prestazioni dinamiche altrimenti non possibili, grazie all’accurato controllo vettoriale di corrente che si può realizzare.

Al tempo stesso però la necessità di un trasduttore di posizione assoluta (anche quando non c’è alcun controllo di posizione e magari neanche di velocità) costituisce uno svantaggio in termini di costo, ingombro, affidabilità; la sua eliminazione ricorrendo all’utilizzo di una posizione stimata invece che misurata (*azionamenti sensorless*) ha assunto un interesse pratico crescente e stimola lo studio di soluzioni anche innovative ed avanzate.

La tabella che segue classifica alcune delle principali soluzioni distinguendo fra quelle che sono adatte ai motori con rotore isotropo (motori SPM) e quelle che richiedono invece un rotore anisotropo (motori IPM) ed. inoltre fra quelle che funzionano solo con velocità diversa da zero e altri che invece possono funzionare anche a velocità nulla.

	<i>Velocità nulla (Azionamento sensorless di posizione)</i>	<i>Velocità diversa da zero (Azionamento sensorless di velocità)</i>
<i>Motori con rotore isotropo</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Soluzioni sensorless praticabili non sono disponibili • Possibili tecniche di ricostruzione della posizione rotorica iniziale con bassa risoluzione 	<ul style="list-style-type: none"> • Stimatori basati sulle equazioni fondamentali che descrivono il motore (stimatori a catena aperta; stimatori a catena chiusa (osservatori), ...
<i>Motori con rotore anisotropo</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Stima basata sul riconoscimento dell’anisotropia rotorica (iniezione di tensione o correnti ausiliarie (ad alta frequenza) negli avvolgimenti statorici) 	<ul style="list-style-type: none"> • Stimatori basati sulle equazioni fondamentali che descrivono il motore (stimatori a catena aperta; stimatori a catena chiusa (osservatori), ... • Stimatori basati sul riconoscimento sull’anisotropia rotorica

In seguito si illustreranno alcune delle soluzioni elencate.

6.10 – Stimatori a catena aperta (open loop)

Una prima classe di stimatori della posizione rotorica di un motore sincrono con rotore isotropo è costituita dagli *stimatori a catena aperta* che consistono essenzialmente nell’utilizzare un modello del motore che contiene la posizione rotorica assieme ad altre grandezze misurabili e quindi risolverlo per la posizione rotorica che quindi risulta ricavabile a partire dalle grandezze che si misurano.

Un esempio in tal senso può essere illustrato partendo dal bilancio delle tensioni di statore, scritto in un sistema di riferimento stazionario come nella seguente equazione (la dipendenza dal tempo è sottintesa)

$$\bar{u}^s = R\bar{i}^s + \frac{d\bar{\lambda}^s}{dt} = R\bar{i}^s + \frac{d(L\bar{i}^s + \bar{\lambda}_{mg}^s)}{dt} = R\bar{i}^s + L \frac{d\bar{i}^s}{dt} + \frac{d\bar{\lambda}_{mg}^s}{dt} \tag{6.10.1}$$

Da essa si può ricavare

$$\frac{d\bar{\lambda}_{mg}^s}{dt} = \bar{u}^s - R\bar{i}^s - L \frac{d\bar{i}^s}{dt} \tag{6.10.2}$$

che integrata fornisce:

$$\bar{\lambda}_{mg}^s = \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_{me}^s} = \int_{-\infty}^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s = \bar{\lambda}_{mg}^s(0) + \int_0^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s \tag{6.10.3}$$

La (6.10.3) mostra che il risultato dell'integrazione fornisce modulo e argomento del vettore spaziale rappresentativo del flusso concatenato con lo statore e dovuto al magnete permanente, la cui posizione rispetto al riferimento dato dall'asse della fase a di statore (espressa in rad. el.) definisce proprio la posizione dell'asse polare rotorico e quindi la posizione ϑ_{me} del rotore per definizione.

La (6.10.3) si può graficamente rappresentare con il seguente schema a blocchi vettoriale

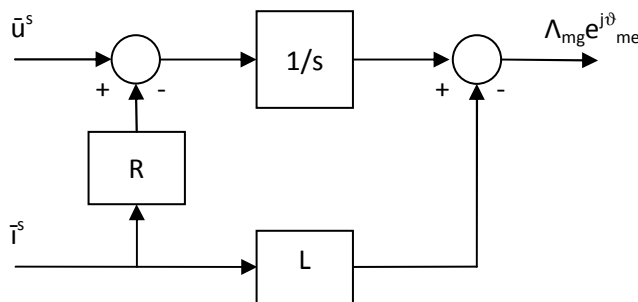


Fig. 6.10.1 – Schema a blocchi vettoriale di stimatore a catena aperta

ove le grandezze di sinistra sono quelle misurate e l'uscita è il vettore flusso del magnete permanente stimato che contiene in particolare la posizione rotorica.

Lo stesso stimatore può essere anche rappresentato come nella Fig. 6.10.2, le cui grandezze sono tutte reali e che è quindi più aderente al modello implementativo.

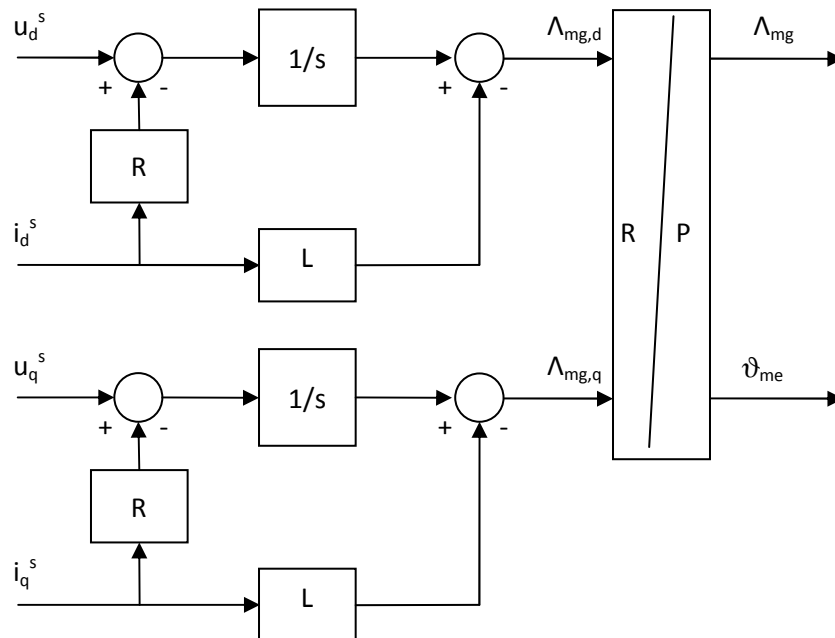


Fig. 6.10.2 Schema a blocchi dello stimatore a catena aperta

La soluzione illustrata per la stima della posizione rotorica è di estrema semplicità. Essa tuttavia soffre di alcune limitazioni quando sperimentalmente applicata che sono le seguenti:

- a) *dipendenza parametrica*: lo stimatore richiede la conoscenza dei parametri R e L del motore, che non sono necessariamente noti con precisione e che possono cambiare con le condizioni operative (per esempio la resistenza varia con la temperatura). Alle piccole velocità di rotazione la tensione statorica poco differisce dalla caduta resistiva e quindi la differenza $u - Ri$ (vettoriale o in ciascun asse) tende ad esaltare gli errori presenti in uno o nell'altro dei due termini (nella tensione ci possono essere errori di misura, nella caduta resistiva sia errori nella misura della corrente che nel valore impiegato della resistenza). Di conseguenza lo stimatore può funzionare accettabilmente solo con velocità di rotazione superiori ad un limite minimo e, certamente, non può funzionare a velocità nulla.
- b) *difficoltà computazionali*: lo stimatore contiene due *integratori puri* (si veda lo schema di Fig. 6.10.2) e ciò ha due implicazioni in fase di implementazione pratica.
- La prima deriva dal fatto che, come mostra la (6.10.3), è necessaria la conoscenza delle *condizioni iniziali* degli integratori. In assenza di ciò, le grandezze $\lambda_{mg,d}$ e $\lambda_{mg,q}$ in uscita (che a regime dovrebbero essere alternate sinusoidali) presentano un errore costante pari proprio all'errore nelle condizioni iniziali imposte. Dal riconoscimento di tale termine costante (offset) si possono attivare procedure volte a recuperare l'informazione mancante sulle condizioni iniziali.
 - La seconda è la possibilità del manifestarsi di una *deriva* (drift) degli integratori causata da un qualsiasi disturbo costante o molto lentamente variabile, anche se piccolo, al loro ingresso (che invece dovrebbe essere, a regime, alternato a valor medio nullo). Tale errore costante può essere causato, per esempio, da offset presenti della catena di misura o dall'effetto delle quantizzazioni e dall'algoritmo di integrazione. Accorgimenti sia sulla catena fisica di misura sia sull'elaborazione del segnale possono evitare questo inconveniente, peraltro sempre in agguato.

Per risolvere queste problematiche si possono sostituire gli integratori puri presenti nello schema di Fig. 6.10.2 con dei blocchi passa basso, riconoscendo che l'approssimazione

$$\frac{1}{s} \approx \frac{\tau}{1 + s\tau}$$

si giustifica osservando che le due espressioni hanno la stessa risposta in frequenza per $\omega \gg 1/\tau$. Quest'ultimo valore rappresenta pertanto la frequenza angolare sotto la quale lo stimatore non può essere utilizzato. In presenza di blocchi passa basso al posto di integratori puri, l'errore nelle condizioni iniziali si estingue con andamento esponenziale con costante di tempo τ , mentre un eventuale offset costante in ingresso non causa una divergenza del processo di integrazione ma fa apparire in uscita un valore costante pari a τ volte il valore dell'offset.

6.10.1 – Analisi della sensibilità parametrica – La definizione delle sensitività parametrica di una funzione $f(\mathbf{x}, p)$ rispetto al parametro p in essa presente è illustrata nel cap. 8 (Azionamenti con motore asincrono) e qui se ne riportano solo alcuniunti essenziali.

Definizione: rapporto fra la variazione relativa del valore della funzione e la variazione relativa del parametro considerato¹

$$S_{\mathbf{f}}^p(\mathbf{x}, p) = \frac{\frac{df}{f}}{\frac{dp}{p}} = \frac{df}{dp} \frac{p}{f} = \frac{d(\ln f)}{d(\ln p)} = \frac{d(\ln|f|)}{d(\ln p)} + j \frac{d\phi}{d(\ln p)} \quad (6.10.4)$$

In qualche caso, se per esempio la funzione è nulla, può essere necessario rapportare la sua variazione al suo valore nominale f_n (variazione normalizzata) invece che al valore attuale. In tal casi si scrive (sensitività normalizzata):

¹ Le grandezze complesse sono indicate in grassetto o con trattino sovrastante.

$$\mathbf{S}_{\mathbf{f}}^{(n)p}(\mathbf{x}, p) = \frac{\frac{d\mathbf{f}}{dp}}{p} = \frac{\mathbf{f}_n}{\frac{dp}{p}} = \frac{d\mathbf{f}}{dp} \frac{p}{\mathbf{f}_n} \quad (6.10.5)$$

Ne risulta in generale per una funzione complessa:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{f}}^p(\mathbf{x}, p) = \mathbf{S}_{|\mathbf{f}|}^p(\mathbf{x}, p) + j\mathbf{S}_{\varphi}^{(n)p}(\mathbf{x}, p) \quad (6.10.6)$$

Le equazioni sopra scritte mostrano che la sensitività di una funzione complessa verso un dato parametro è una funzione complessa la cui parte reale rappresenta la sensitività del modulo di \mathbf{f} mentre il coefficiente dell'immaginario è la sensitività (normalizzata) dell'argomento, definita come il rapporto fra la variazione normalizzata $d\varphi$ dell'argomento rapportata al valore di riferimento unitario e la variazione relativa dp/p del parametro.

Il concetto di sensitività può essere applicato all'espressione per la stima del vettore spaziale del flusso del magnete, qui ripetuta

$$\bar{\lambda}_{mg}^s = \Lambda_{mg} e^{j\theta_{\lambda}^s} = \int_{-\infty}^t (\bar{u}^s - R\bar{i}^s) dt - L\bar{i}^s \quad (6.10.7)$$

valutata in condizioni di regime sinusoidale del motore. In tali condizioni ogni vettore spaziale ruota, in sincronismo con gli altri e con il rotore, con velocità Ω_{me} e può pertanto essere espresso come

$$\bar{g}^s = \bar{G} e^{j\Omega_{me} t}$$

che sostituita nella (6.5.7) porta all'espressione (soluzione particolare):

$$\bar{\Lambda}_{mg} = \frac{\bar{U} - R\bar{I}}{j\Omega_{me}} - L\bar{I} \quad (6.10.8)$$

Applicando la (6.10.4) alla (6.10.8) con riferimento al parametro resistivo si ottiene

$$\bar{S}_{\Lambda_{mg}}^R = \frac{-\bar{I}}{j\Omega_{me}} \frac{R}{\bar{\Lambda}_{mg}} = \frac{-|\bar{I}|}{j\Omega_{me}} \frac{R}{|\bar{\Lambda}_{mg}|} e^{j(\theta_i^s - \theta_{\lambda}^s)} \quad (6.10.9)$$

Nel caso delle macchine con rotore isotropo la differenza fra l'argomento del vettore spaziale della corrente e quello del flusso del magnete è di $\pm 90^\circ$ (segno positivo nel funzionamento da motore) e pertanto l'esponentiale nella (6.10.9) vale $\pm j$ e l'espressione stessa diventa (nel funzionamento da motore)

$$\bar{S}_{\Lambda_{mg}}^R = -\frac{|\bar{I}|}{\Omega_{me}} \frac{R}{|\bar{\Lambda}_{mg}|} \quad (6.10.10)$$

che è solo reale. L'osservazione della (6.10.10) porta a concludere che la sensitività rispetto alla resistenza cresce al diminuire della velocità, ma essendo la funzione sensitività solo reale, l'errore sulla resistenza ha effetto solo sul modulo del flusso stimato e non sull'argomento (posizione rotorica).

Per quanto riguarda l'induttanza statorica, assumendo le stessa elaborazione fatta per giungere alla (6.10.10), si trova invece una funzione sensitività:

$$\bar{S}_{\Lambda_{mg}}^L = \frac{-\bar{I}}{1} \frac{L}{\bar{\Lambda}_{mg}} = -j \frac{|\bar{I}|L}{|\bar{\Lambda}_{mg}|} \quad (6.10.11)$$

che mostra una indipendenza dalla velocità, ma anche un termine solo immaginario e quindi con effetto proprio sulla posizione rotorica e non sul modulo del flusso.

In conclusione, per quanto riguarda l'influenza parametrica, lo stimatore a catena aperta proposto riesce a stimare la posizione rotorica fino a velocità basse anche in presenza di imprecisioni nella conoscenza della resistenza (ma le basse velocità esaltano anche gli errori nella misura della tensione e della corrente), però richiede una buona conoscenza dell'induttanza sincrona statorica.

6.11 – Stimatore MRAS - In via di principio la tecnica MRAS (*Model Reference Adaptive Systems*) per stimare la posizione rotorica consiste nel calcolare una stessa variabile \tilde{x} del motore (per esempio il vettore spaziale di un flusso o di una forza elettromotrice, ma può essere anche una variabile reale) a partire da grandezze misurabili ai terminali elettrici usando due modelli di calcolo differenti: il risultato del primo modello (*Modello di riferimento – Reference Model*) \tilde{x} è indipendente dalla posizione (*Position-independent*); il risultato del secondo modello (*Modello adattativo – Adaptive Model*) $\tilde{x}^{(\vartheta)}$ è invece dipendente dalla posizione (*Position-dependent*). Una differenza fra i due risultati calcolati evidenzia un erroneo valore di posizione $\tilde{\vartheta}_{me}$ assunto del modello adattativo (*posizione stimata*), purché ogni altra causa di errore (per esempio errori di misura, errori parametrici ecc) sia rimossa o resa trascurabile. Un *meccanismo di adattamento* (*Adaptation mechanism*) può correggere la posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$ fino a far coincidere i due risultati di calcolo, al che la posizione stimata dovrebbe coincidere con quella reale ϑ_{me} . Lo schema di principio dello stimatore MRAS è quindi quello mostrato in Fig. 6.11.1.

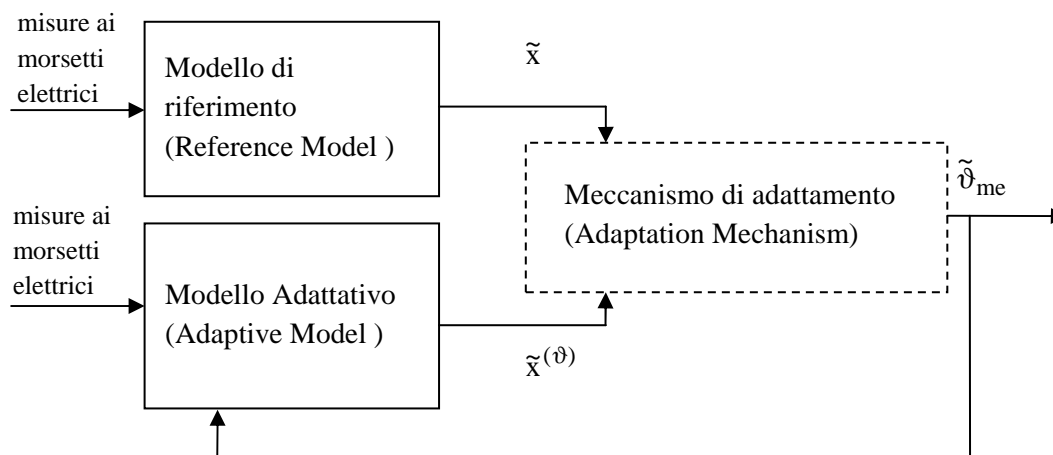


Fig. 6.11.1. – Schema di principio di uno stimatore MRAS

Di seguito verrà illustrato uno stimatore di posizione MRAS per motore sincrono con rotore isotropo (motore SPM) basato sul principio sopra introdotto.

Allo scopo si può assumere come grandezza \tilde{x} stimata il vettore spaziale del flusso concatenato dovuto al magnete permanente $\tilde{\lambda}_{mg}$. Il modello di riferimento può essere descritto dalla (6.10.3) che non richiede la conoscenza della posizione rotorica.

Modello adattativo è invece:

$$\tilde{\lambda}_{mg}^{s(\vartheta)} = \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_{me}} \quad (6.11.1)$$

che, nel caso particolare, non richiede alcuna misura e contiene la posizione elettromeccanica.²

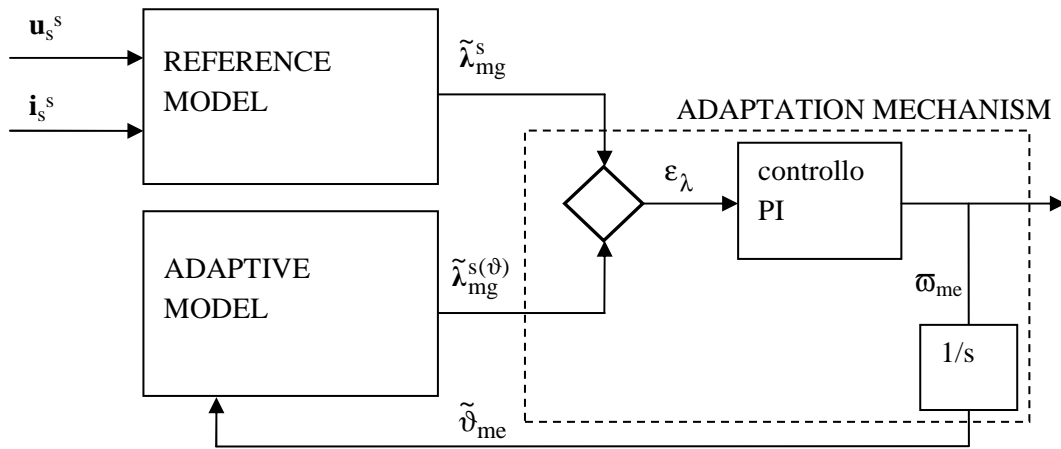


Fig. 6.11.2. – Stimatore MRAS per la posizione di un motore SPM

Lo stimatore MRAS assume quindi la configurazione di Fig. 6.11.2. Lo scopo dello stimatore MRAS di figura è quello di produrre la posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$ che deve “inseguire” quella che definisce il flusso del magnete calcolato con il modello di riferimento. Non è invece di interesse stimare l’ampiezza del vettore spaziale del flusso del magnete che si ritiene approssimativamente nota. Come errore di stima si assume allora lo sfasamento fra il vettore del flusso ricavato dal modello di riferimento e quello del modello adattativo o, più comodamente, l’espressione:

$$\epsilon_\lambda = \text{Im} \left(\tilde{\lambda}_{mg}^s \tilde{\lambda}_{mg}^{s(\vartheta)} \right) = |\tilde{\lambda}_{mg}| \left| \tilde{\lambda}_{mg}^{s(\vartheta)} \right| \sin(\vartheta_{\tilde{\lambda}} - \vartheta_{\tilde{\lambda}^{s(\vartheta)}}) = \tilde{\lambda}_{mg,q}^s \tilde{\lambda}_{mg,d}^{s(\vartheta)} - \tilde{\lambda}_{mg,d}^s \tilde{\lambda}_{mg,q}^{s(\vartheta)} \quad (6.11.2)$$

ove l’accento \cup sta per complesso-coniugato.

Per avere errore a regime nullo a fronte di un riferimento che cresce a rampa (l’argomento del vettore spaziale del flusso del modello di riferimento), il meccanismo di adattamento potrà contenere un regolatore di tipo PI seguito da un integratore così da formare un sistema di tipo 2 (doppio polo nell’origine).

Per il progetto del regolatore si può osservare che quando l’errore è piccolo la funzione seno si può confondere con il suo argomento (lo sfasamento fra i due vettori di flusso) e quindi il sistema di adattamento a catena chiusa si presenta come nello schema seguente, ove si è supposto che il modulo del vettore spaziale del flusso dovuto al magnete sia pari a Λ_{mg} , sia per il modello di riferimento che per quello adattativo.

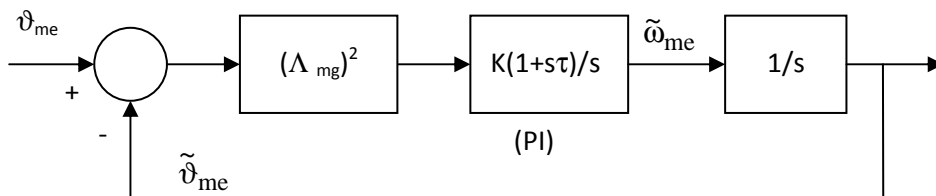


Fig. 6.11.3 – Anello del sistema di adattamento.

Il progetto del regolatore segue quindi le procedure convenzionale della Teoria dei controlli.

² In alternativa, con uguali prestazioni, il modello di riferimento e quello adattativo possono fornire il vettore del flusso statorico (totale) invece che quello del solo magnete. In questo caso il termine L_i va rimosso dal modello di riferimento e aggiunto a quello adattativo, che richiede quindi la misura della corrente.

6.11.1 – Estensione ai motori IPM

Quanto descritto nei precedenti paragrafi si riferisce ai motori sincroni con rotore SPM e quindi isotropi. Le procedure possono essere però estese ai motori anisotropi. Allo scopo si consideri l'equazione del bilancio delle tensioni statoriche nel sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore:

$$\bar{u}^r = R\bar{i}^r + \frac{d\bar{\lambda}^r}{dt} + j\omega_{me}\bar{\lambda}^r$$

con

$$\bar{\lambda}^r = [L]\bar{i}^r + \bar{\lambda}_{mg}^r$$

ove il prodotto $[L]\bar{i}^r$ rappresenta un vettore spaziale ottenuto dal prodotto matriciale

$$[L]\bar{i}^r = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} = L_d i_d^r + jL_q i_q^r$$

avendo assunto per semplicità che il comportamento magnetico della macchina sia descritto da due induttanze diverse sui due assi ma costanti (macchina magneticamente lineare). Dalle equazioni appena scritte

$$\bar{\lambda}_{mg}^r = \Lambda_{mg} e^{j\vartheta_\lambda^r} = \int_{-\infty}^t (\bar{u}^r - R\bar{i}^r - j\omega_{me}\bar{\lambda}^r) dt - \omega[L]\bar{i}^r \tag{6.11.3}$$

che porta alla soluzione rappresentata con lo schema a blocchi vettoriale di Fig. 6.11.4, riconducibile ad un sistema MRAS.

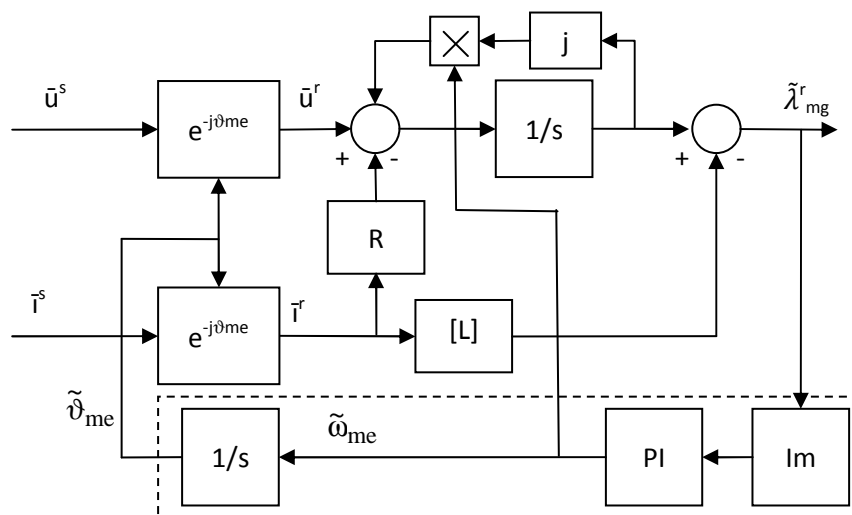


Fig. 6.11.4 – Stimatore MRAS per motore sincrono con rotore anisotropo.

Lo schema di stima prevede che si misurino le tensioni e le correnti nel sistema di riferimento stazionario (come nei precedenti casi). I vettori rappresentativi delle tensioni e correnti sono quindi trasformati nel sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore usando la posizione stimata $\tilde{\vartheta}_{me}$.

Il vettore del flusso concatenato dovuto al magnete permanente calcolato con la (6.11.3) dovrebbe avere parte immaginaria nulla, essendo espresso nel sistema di riferimento rotante sincrono con il rotore (dovrebbe essere $\vartheta_\lambda^r = 0$). La presenza di una parte immaginaria denota quindi un errato valore della posizione rotorica stimata e, di conseguenza, un errato posizionamento del sistema di riferimento d-q rispetto al rotore. Si può assumere pertanto il coefficiente dell'immaginario del vettore flusso stimato come errore di stima. Ciò corrisponde a considerare il modello rappresentato in figura come modello adattativo, dipendente dalla posizione e velocità rotoriche ed assumere come modello di riferimento un versore unitario con solo parte reale ed, infine applicare la (6.11.2).

Con una rete correttiva dello stesso tipo di quella usata precedentemente si stima la velocità meccanica elettrica e quindi la posizione meccanica elettrica che serve nella trasformazione iniziale.

Il metodo di stima delineato soffre delle stesse problematiche espone per il precedente MRAS operante nel sistema di riferimento stazionario e che sono legate alle condizioni iniziali e ai problemi di deriva degli integratori³ nonché alla dipendenza parametrica. Quando si volesse tener conto anche della saturazione del ferro, il calcolo dei flussi dovuti alle correnti deve ricorrere all'uso delle reali caratteristiche di magnetizzazione del motore che sostituiscono i prodotti Li.

6.12 – Stima della velocità e posizione con il filtro di Kalman esteso

Il filtro di Kalman esteso è una procedura ricorsiva a tempo discreto per la stima ottima dello stato di sistemi non lineari, i cui principi derivano dalla Teoria dei sistemi stocastici. Il filtro di Kalman assume che il sistema sia affetto da un rumore aleatorio di sistema (per esempio per modellare l'imprecisione del modello), da un rumore sulle grandezze misurate e, conseguentemente, da un rumore sullo stato stimato. Si assume che i rumori di sistema e di misura siano indipendenti dallo stato e non correlati fra loro.

Il filtro di Kalman esteso può essere delineato come segue (l'impostazione che se ne dà non è quella generale, ma è quella che poi sarà impiegata per la stima della posizione e della velocità rotoriche in motori sincroni SPM). Si consideri un sistema descritto nello spazio dello stato dal seguente modello⁴:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

ove $\mathbf{x}(t)$ è lo vettore dello stato, $\mathbf{u}(t)$ quello degli ingressi (controllo), $\mathbf{y}(t)$ l'uscita (misura).

Si consideri ora il tempo discretizzato con intervallo di campionamento T_c e, in particolare si consideri l'intervallo che va dall'istante $(k-1)T_c$ all'istante kT_c . Allora, usando la notazione $\mathbf{g}_k = \mathbf{g}(kT_c)$, il sistema può essere rappresentato da:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_k &= \mathbf{x}_{k-1} + [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1}]T_c + \mathbf{v}_{k-1} \\ \mathbf{y}_{k-1} &= \mathbf{H}\mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\mu}_{k-1}\end{aligned}\tag{6.12.1}$$

ove sono stati introdotti i rumori bianchi gaussiani a media nulla \mathbf{v}_{k-1} e $\boldsymbol{\mu}_{k-1}$. La grandezza \mathbf{v}_{k-1} è impiegata per rappresentare *errori di modello*, mentre $\boldsymbol{\mu}_{k-1}$ rappresenta *errori di misura*. Tali vettori rumore sono indipendenti dallo stato e hanno matrici diagonali di covarianza (qui assunte costanti nel tempo) \mathbf{Q} e \mathbf{R} rispettivamente.

³ In questo caso non si possono sostituire gli integratori con blocchi passa basso perché essi sono chiamati a funzionare anche con grandezze costanti tali essendo i vettori spaziali nel sistema rotante.

⁴ I caratteri in grassetto in questo caso indicano matrici

Secondo la procedura del filtro di Kalman, la stima dello stato dell'istante kT_c si ottiene con i due seguenti passi.

Passo di predizione (detto anche *predizione a priori*): In questo passo lo stato stimato in kT_c indicato con $\mathbf{x}_{k|k-1}$, è ottenuto dal modello discreto del sistema (ignorando i rumori che ovviamente non sono dati), noti l'ultimo stato stimato $\mathbf{x}_{k-1|k-1}$ e l'ingresso \mathbf{u}_{k-1} (oppure, meglio, l'ingresso medio $\langle \mathbf{u}_{k-1} \rangle$ che si applica nell'intervallo che va dall'istante $(k-1)T_c$ all'istante kT_c). Nello stesso passo di predizione si fa anche una *stima a priori del matrice diagonale di covarianza P* dello stato che sarà minimizzata dall'algoritmo del filtro al fine di ottenere una stima ottima. Le equazioni che si impiegano sono:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k|k-1} &= \mathbf{x}_{k-1|k-1} + [\mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1|k-1}) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1}]T_c \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{\Phi}'_{k-1} + \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (6.12.2)$$

con

$$\mathbf{\Phi}_{k-1} = \mathbf{e}^{\mathbf{F}_{k-1}T_c} \cong \mathbf{I} + \mathbf{F}_{k-1}T_c \quad (6.12.3)$$

e $\mathbf{\Phi}'_{k-1}$ pari alla trasposta di $\mathbf{\Phi}_{k-1}$ e dove \mathbf{F}_{k-1} è la matrice $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, Jacobiano di $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, data da:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \frac{\delta \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\delta \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1(\mathbf{x})}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1(\mathbf{x})}{\delta x_2} & \dots \\ \frac{\delta f_2(\mathbf{x})}{\delta x_1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (6.12.4)$$

calcolata per $\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k-1|k-1}$.

La procedura è inizializzata assegnando i valori iniziali \mathbf{x}_0 e \mathbf{P}_0 alle matrici \mathbf{x} e \mathbf{P} .

Passo di innovazione o aggiornamento (detto anche *predizione a posteriori o filtraggio*): In questo passo lo stato stimato a priori in kT_c e indicato con $\mathbf{x}_{k|k-1}$, è aggiornato sulla base delle misure eseguite all'istante di campionamento kT_c , per ottenere la migliore stima $\mathbf{x}_{k|k}$. A tale scopo allo stato è applicata una correzione proporzionale all'errore fra il valore di alcune grandezze misurate e quello predetto per le stesse con la seconda delle (6.12.1). Nello stesso passo si opera anche un aggiornamento della matrice di covarianza dello stato, secondo le:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k|k} &= \mathbf{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_{k|k-1}] \\ \mathbf{P}_{k|k} &= \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (6.12.5)$$

ove il guadagno del filtro di Kalman è assunto in modo da minimizzare la varianza dell'errore di stima e vale:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}' [\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}' + \mathbf{R}]^{-1} \quad (6.12.6)$$

Il processo è quindi iterato con il nuovo e successivo passo di predizione a priori.

Per l'applicazione del filtro di Kalman alla stima della velocità e posizione rotorica di un motore sincrono con rotore isotropo, si può assumere il seguente vettore di stato e di ingresso rispettivamente

$$\mathbf{x} = [i_\alpha \quad i_\beta \quad \omega_{me} \quad \vartheta_{me}] \quad (6.12.4)$$

$$\mathbf{u} = [u_\alpha \quad u_\beta]$$

e, quindi, descrivere il motore con le seguenti equazioni che derivano dal bilancio delle tensioni di statore, dal bilancio della coppia e dalla relazione posizione-velocità rispettivamente.

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha}{dt} = -\frac{R}{L}i_\alpha + \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \sin(\vartheta_{me}) + \frac{u_\alpha}{L} \\ \frac{di_\beta}{dt} = -\frac{R}{L}i_\beta - \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \cos(\vartheta_{me}) + \frac{u_\beta}{L} \\ \frac{d\omega_{me}}{dt} = \frac{1}{J}(m - m_L) \\ \frac{d\vartheta_{me}}{dt} = \omega_{me} \end{cases} \quad (6.12.5)$$

ove m è la coppia generata (esprimibile in funzione delle correnti, della posizione e del flusso del magnete) e m_L la coppia resistente del carico, in genere funzione di velocità, posizione e del tempo. Tali espressioni non sono tuttavia necessarie in quanto si può approssimare l'espressione dell'accelerazione assumendo $J \approx \infty$, sicché la matrice $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ diventa:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L}i_\alpha + \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \sin(\vartheta_{me}) + \frac{u_\alpha}{L} \\ -\frac{R}{L}i_\beta - \omega_{me} \frac{\Lambda_{mg}}{L} \cos(\vartheta_{me}) + \frac{u_\beta}{L} \\ 0 \\ \omega_{me} \end{bmatrix} \quad (6.12.6)$$

Ciò equivale ad introdurre un errore di modello che rientra nel rumore \mathbf{v}_k . Più precisamente l'approssimazione introdotta comporta che la velocità è considerata costante nel passo di predizione a priori (dalla (6-12-2) risulta $\omega_{me,k|k-1} = \omega_{me,k-1|k-1}$) e sarà compito del passo di aggiornamento recuperare l'errore commesso. Il vantaggio di tale modo di procedere sta nell'eliminazione di ogni parametro meccanico e di ogni modellazione del carico meccanico stesso. L'approssimazione ovviamente è accettabile se la variazione di velocità è piccola nell'intervallo di tempo T_c ovvero se T_c è sufficientemente breve.

Come grandezze di uscita da confrontare con quelle misurate si scelgono le correnti di statore e pertanto le altre matrici del sistema diventa:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.12.7)$$

La stima della velocità e posizione mediante il filtro di Kalman esteso è una tecnica complessa e potente che si può combinare anche con la stima di parametri del motore. Risente dell'eventuale imprecisione nella conoscenza dei parametri anche se errori parametrici e di misura sono, in parte, recuperati dall'algoritmo stesso che prevede la possibilità della presenza di rumore nel modello e nelle misure (ma bianco, gaussiano a valor medio nullo).

Merita osservare che l'applicazione del filtro di Kalman così come descritto precedentemente evidenzia due fenomeni significativi che sono i seguenti:

- la grandezza che viene stimata è il prodotto $\omega_{me}\lambda_{mg}$ piuttosto che la velocità ω_{me} che non compare mai isolata ma sempre combinata con λ_{mg} . Ogni errore in λ_{mg} si ripercuote pertanto in un corrispondente errore in ω_{me} .
- osservando la (6.12.6) si riconosce che le prime due equazioni sono soddisfatte sia con i corretti valori di ω_{me} e ϑ_{me} che con $-\omega_{me}$ e $\vartheta_{me}+\pi$. E' evidente che la seconda soluzione, se soddisfa le prime due equazioni non soddisfa però la quarta. Tuttavia il filtro di Kalman può convergere sulla seconda soluzione se l'elemento Q(4,4) della matrice di covarianza del sistema è non nullo (e sufficientemente grande) a significare la non totale "credibilità" di tale equazione. Non converge invece sulla seconda soluzione se Q(4,4)=0, ma ciò può causare un rallentamento nella dinamica di convergenza del filtro.

Un modo per risolvere uno e l'altro dei due problemi consiste nel confrontare la velocità stimata con la derivata della posizione stimata. Quando le due hanno lo stesso segno il filtro è converso sulla soluzione corretta e la discrepanza di valore è dovuta principalmente al non corretto valore di λ_{mg} . Se invece sono di segno opposto il filtro ha trovato la seconda delle soluzioni descritte nel precedente punto b) ed occorre prendere provvedimenti per rimediare.

6.13 – Stima della posizione a rotore fermo in motori con rotore IPM

Tutti i metodi di stima fin qui descritti fanno uso principalmente delle equazioni di bilancio delle tensioni statoriche e ricavano, in vario modo, la posizione rotorica che caratterizza l'equazione della fem indotta dalle variazioni del flusso concatenato dovuto ai magneti permanenti posti sul rotore. Tutti i metodi pertanto non sono in grado di operare a velocità nulla quando nessuna fem è indotta e, in pratica, non sono applicabili al disotto di una velocità minima, che dipende dall'accuratezza dell'implementazione, del modello usato (parametri) e delle misure.

Una stima della posizione rotorica a velocità nulla può essere ottenuta nella macchine sincrone a magneti permanenti con rotore anisotropo (motori IPM) ricorrendo all'iniezione di segnali addizionale negli avvolgimenti di statore allo scopo di riconoscere la *posizione degli assi di anisotropia* (o come anche si dice la *salienza*) caratteristici del rotore.

Si consideri pertanto un motore IPM, del quale non è nota la posizione ϑ_{me} e lo si descriva con riferimento ad un generico sistema di assi d^x-q^x la cui posizione ϑ_x^s si vuole far coincidere con ϑ_{me} e pertanto può essere indicata anche con $\tilde{\vartheta}_{me}$. Nel sistema di riferimento prescelto, che ruoterà con velocità $\omega_x^s = \omega_x$ (per semplicità di scrittura), l'equazione vettoriale statorica diventa:

$$\bar{u}^x = R\bar{i}^x + \frac{d\bar{\lambda}^x}{dt} + j\omega_x\bar{\lambda}^x \quad (6.13.1)$$

valida sia per macchine con rotore isotropo che anisotropo ed anche in presenza di saturazione del ferro. Considerando una macchina magneticamente lineare (prova di saturazione del ferro), ma con rotore anisotropo, nel sistema di riferimento d-q sincrono con il rotore e con l'asse d coincidente con l'asse polare e pertanto con posizione ϑ_{me} (si veda la Fig. 6.13.1), il flusso può essere espresso con le:

$$\begin{aligned} \lambda_d &= L_d i_d + \lambda_{mg} \\ \lambda_q &= L_q i_q \end{aligned}$$

o, in forma matriciale:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg} \\ 0 \end{bmatrix} = [L][i] + [\lambda_{mg}] = [\lambda_i] + [\lambda_{mg}] \quad (6.13.2)$$

Il vettore flusso concatenato può essere definito nel sistema di riferimento d^x - q^x applicando la trasformazione riportata nella stessa Fig. 6.13.1.

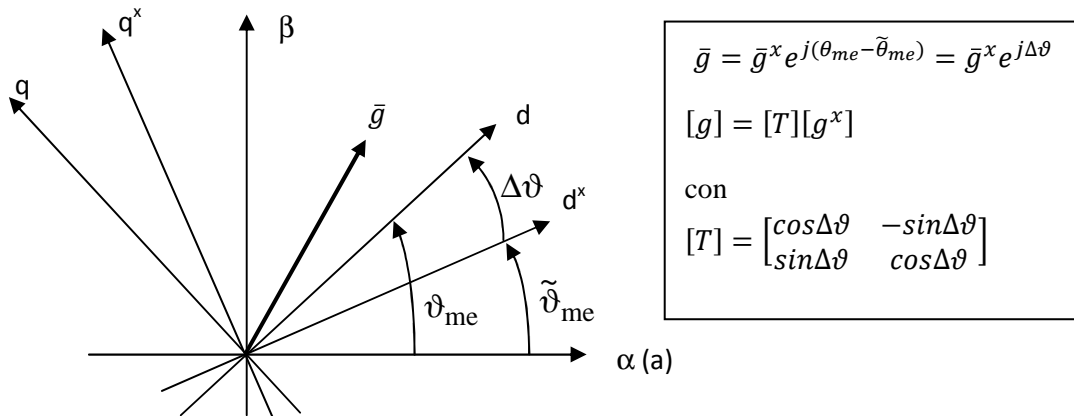


Fig. 6.13.1 – Sistemi di riferimento:
 stazionario (α - β),
 sincrono con il rotore (d - q)
 riferito alla posizione stimata $\tilde{\theta}_{me}$ (d^x - q^x)

Ne risulta dalla (6.13.2):

$$[T][\lambda^x] = [L][T][i^x] + [\lambda_{mg}]$$

moltiplicando ambo i membri per $[T]^{-1}$ si ricava:

$$[T]^{-1}[T][\lambda^x] = [\lambda^x] = ([T]^{-1}[L][T])[i^x] + [T]^{-1}[\lambda_{mg}] = ([T]^{-1}[L][T])[i^x] + [\lambda_{mg}^x] \quad (6.13.3)$$

nella quale vale:

$$[T]^{-1}[L][T] = \begin{bmatrix} \cos\Delta\vartheta & \sin\Delta\vartheta \\ -\sin\Delta\vartheta & \cos\Delta\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Delta\vartheta & -\sin\Delta\vartheta \\ \sin\Delta\vartheta & \cos\Delta\vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\Sigma - L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta & L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta \\ L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta & L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta \end{bmatrix}$$

ove:

$$L_\Sigma = \frac{L_q + L_d}{2} \quad \text{e} \quad L_\Delta = \frac{L_q - L_d}{2} \quad (6.13.4)$$

Ordinando e sostituendo nella (6.13.3) si giunge a:

$$[\lambda^x] = \left\{ L_\Sigma [I] + L_\Delta \begin{bmatrix} -\cos 2\Delta\vartheta & \sin 2\Delta\vartheta \\ \sin 2\Delta\vartheta & \cos 2\Delta\vartheta \end{bmatrix} \right\} [i^x] + [\lambda_{mg}^x] = [L^x(2\Delta\vartheta)][i^x] + [\lambda_{mg}^x] \quad (6.13.5)$$

Si supponga ora che alle normali tensioni che alimentano il motore (per es. risultanti dal controllo di corrente) vengano sommate delle tensioni ad *alta frequenza angolare* ω_h , maggiore della massima prevedibile velocità ω_x , del tipo:

$$\begin{aligned} u_{hd}^x &= U_{hd} \cos \omega_h t \\ u_{hq}^x &= U_{hq} \sin \omega_h t \end{aligned} \quad (6.13.6)$$

il cui vettore spaziale traccia un'ellisse nel piano d^x - q^x . Sostituendo le (6.13.6) nella (6.13.1) e risolvendo a regime alla pulsazione ω_h dopo aver trascurato la caduta resistiva si ottiene la soluzione:

$$\begin{aligned} \lambda_{hd}^x &= \Lambda_{hd} \sin \omega_h t \\ \lambda_{hq}^x &= \Lambda_{hq} \cos \omega_h t \end{aligned} \quad (6.13.7)$$

con

$$\begin{aligned} \Lambda_{hd} &= \frac{U_{hd}\omega_h - U_{hq}\omega_x}{\omega_h^2 - \omega_x^2} \\ \Lambda_{hq} &= \frac{U_{hd}\omega_x - U_{hq}\omega_h}{\omega_h^2 - \omega_x^2} \end{aligned}$$

Nel caso particolare in cui $U_{hq}=U_{hd}\omega_x/\omega_h$ la soluzione si semplifica nella

$$\begin{aligned} \Lambda_{hd} &= \frac{U_{hd}}{\omega_h} \\ \Lambda_{hq} &= 0 \end{aligned} \quad (6.13.8)$$

indipendente dalla velocità del ω_x del sistema di riferimento.

Sfruttando infine la relazione flussi-correnti data dalla (6.13.5) si possono calcolare le correnti corrispondenti alle (6.13.8). Allo scopo si ignora nelle (6.13.5) il termine legato al flusso del magnete permanente che non è affetto dall'eccitazione alla pulsazione ω_h e risolvendo nelle correnti si trova infine:

$$\begin{aligned} i_{hd}^x &= \frac{U_{hd}}{\omega_h L_d L_q} (L_\Sigma + L_\Delta \cos 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t = I_{hd} \sin \omega_h t \\ i_{hq}^x &= \frac{U_{hd}}{\omega_h L_d L_q} (L_\Delta \sin 2\Delta\vartheta) \sin \omega_h t = I_{hq} \sin \omega_h t \end{aligned} \quad (6.13.9)$$

che rappresentano le componenti di un *vettore pulsante* nel piano d^x - q^x , Fig. 6.13.2.

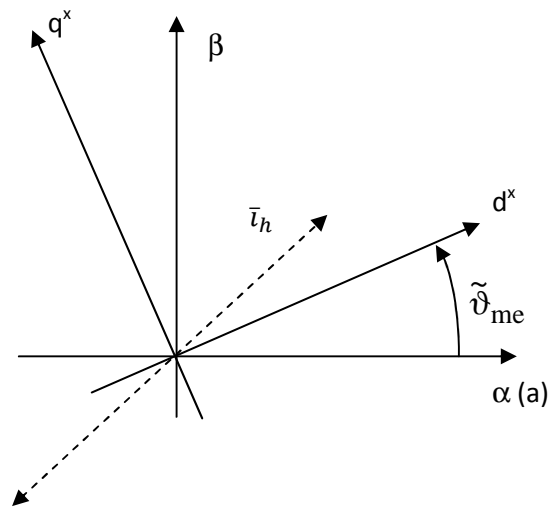


Fig. 6.13.2 – Vettore pulsante della corrente ad alta frequenza

Un meccanismo di aggiustamento può infine correggere la posizione $\tilde{\vartheta}_{me}$ fino all'annullamento di $\Delta\vartheta$, risultato che si riconosce per l'annullamento della componente in quadratura nella (6.13.9).