

CAPITOLO 2

Azionamenti con motore corrente continua ad eccitazione indipendente
2.1 - Struttura dell'azionamento

La struttura di principio di un azionamento con motore a corrente continua ad eccitazione indipendente, per il quale si preveda sia il controllo di armatura che quello di campo, è illustrato in Fig. 2.1.1. Il circuito di armatura e quello di eccitazione sono alimentati da due convertitori statici che forniscono le desiderate tensioni di armatura u_a e di eccitazione u_e proporzionali ai corrispondenti riferimenti $u_{a,rif}$ e $u_{e,rif}$. Questi ultimi sono prodotti dal controllo dell'azionamento che elabora i segnali di riferimento della velocità ω_{rif} (o, quando è il caso, quello della coppia o della posizione) e quelli di reazione, per esempio, con riferimento alla figura, i segnali di velocità e quelli delle correnti di armatura e di eccitazione, ottenuti dai rispettivi trasduttori. Quando non è prevista la regolazione di campo, l'eccitazione è alimentata a tensione costante (o addirittura realizzata con magneti permanenti).

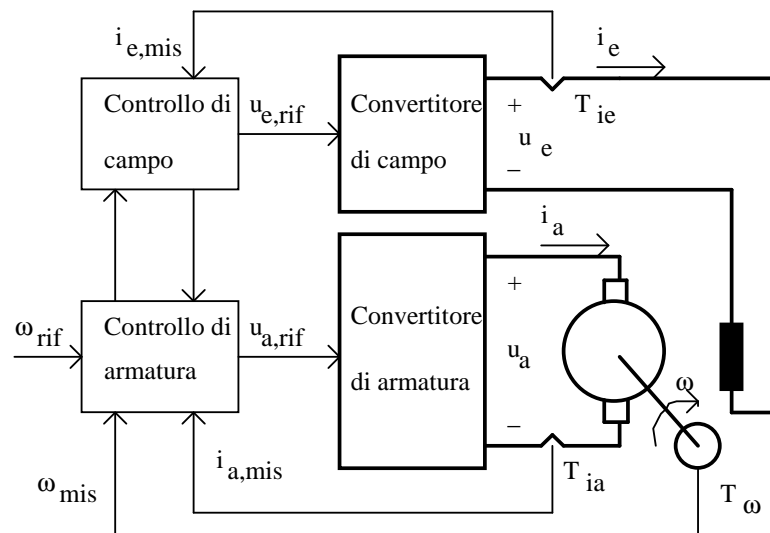


Fig. 2.1.1 - Struttura generale di un azionamento con motore c.c.

Numerose sono le configurazioni possibili dei convertitori statici e dei sistemi di controllo. Alcune di questi ultimi saranno esaminate in dettaglio nel seguito di questo capitolo.

Per quanto riguarda i convertitori statici, si fa qui l'assunzione che essi possano erogare tensioni e correnti sia negative che positive e che la tensione di uscita segua linearmente quella di ingresso con una dinamica definita da una funzione di trasferimento del primo ordine¹. Per i convertitori si assumerà pertanto la relazione in s

¹ Sarebbe più corretto rappresentare la dinamica di un convertitore con un ritardo fisso. Data però una funzione $f(t)$, la sua espressione quando la si ritarda di un tempo τ_c diventa $f(t-\tau_c)$. Nel dominio di Laplace questo equivale a moltiplicare la trasformata $F(s)$ di $f(t)$ per $e^{-s\tau_c}$. Per piccoli valori di τ_c si può poi approssimare in serie di McLaurin la funzione esponenziale, ottenendo la relazione:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{U_{rif}(s)} = \frac{K_c}{1 + s\tau_c} \quad (2.1.1)$$

dove K_c è il guadagno (costante) del convertitore e τ_c è la costante di tempo che definisce il ritardo con cui la tensione di uscita risponde ad ogni variazione del suo riferimento

In genere il valore di τ_c va dalle frazioni di millisecondo a qualche millisecondo e perciò è solitamente inferiore della costante di tempo di armatura che, a sua volta, è generalmente molto inferiore di quella meccanica e di quella del circuito di eccitazione.

2.2 – Controllo di armatura in azionamenti a corrente impressa

Nell'introduzione si è illustrato lo schema generale di un azionamento elettrico (Fig. I.2.1), evidenziando come esso contenga alcuni anelli di controllo annidati, il più interno dei quali è il controllo di coppia. Per le velocità di funzionamento inferiori alla velocità base, tale controllo di coppia si attua agendo sulla tensione o sulla corrente di armatura, mentre il flusso induttore è mantenuto costante e pari al suo valore nominale. Le equazioni del motore in corrente continua (si veda il Cap. 1) mostrano d'altro canto che se, il flusso induttore è costante, la coppia è direttamente proporzionale alla corrente di armatura e la prima può pertanto essere efficacemente controllata agendo sulla seconda. Nella maggior parte degli azionamenti in corrente continua il controllo di coppia si attua pertanto mediante un controllo a catena chiusa della corrente di armatura: *azionamento a corrente impressa*.

Per il controllo di coppia si potrà quindi assumere lo schema di Fig. 2.2.1, supponendo il carico meccanico lineare e il flusso costante.

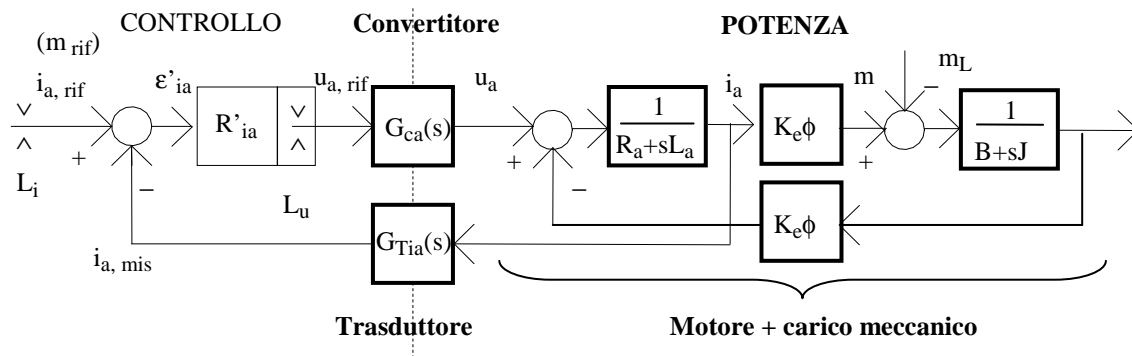


Fig. 2.2.1- Schema di controllo della coppia di un motore a corrente continua a flusso costante

Queste ipotesi consentono di definire le fdt $Y_a(s)$ e $\Gamma_{mi}(s)$ del motore e quindi lo schema della precedente figura può essere ridisegnato come in Fig. 2.2.2. Per entrambi, il segnale di ingresso è il *riferimento di corrente* $i_{a,rif}$ (che è, per quanto detto sopra e con altro fattore di scala, anche un riferimento di coppia); esso viene confrontato con il *segnale di reazione* $i_{a,mis}$ che rappresenta la corrente vera del motore. Il segnale di reazione è misurato dal trasduttore di corrente T_{ia} di Fig. 2.1.1 che è rappresentato in Fig. 2.2.1 e 2.2.2 dal blocco con funzione di trasferimento $G_{Tia}(s)$. La differenza fra il riferimento di corrente e il segnale di reazione costituisce l'*errore* (o segnale di errore) di corrente ε'_{ia} che viene elaborato dal *regolatore di corrente* (o *controllore*) R'_{ia} per

$$e^{-s\tau_c} = \frac{1}{e^{s\tau_c}} \cong \frac{1}{1 + s\tau_c}$$

produrre il riferimento di tensione $u_{a,rif}$. Quest'ultimo è l'ingresso (comando) del convertitore statico di armatura (cfr. Fig. 2.1.1) rappresentato dal blocco con fdt $G_{ca}(s)$ definita dalla (2.1.1). La tensione u_a erogata dal convertitore statico a seguito del comando $u_{a,rif}$ viene applicata al motore producendo, assieme alla coppia di disturbo m_L , con la dinamica descritta dalle fdt $Y_a(s)$ e $\Gamma_{mi}(s)$ rispettivamente, la corrente di armatura i_a e quindi la coppia m . Lo schema contiene anche i limitatori L_i e L_u lo scopo dei quali è quello di limitare adeguatamente i segnali di riferimento della corrente e della tensione di armatura così da chiedere correnti e tensioni compatibili con i limiti fisici del motore e del convertitore. Sui criteri di progetto di detti limitatori e sul loro coordinamento con gli eventuali regolatori che li precedono nello schema si tornerà più avanti.

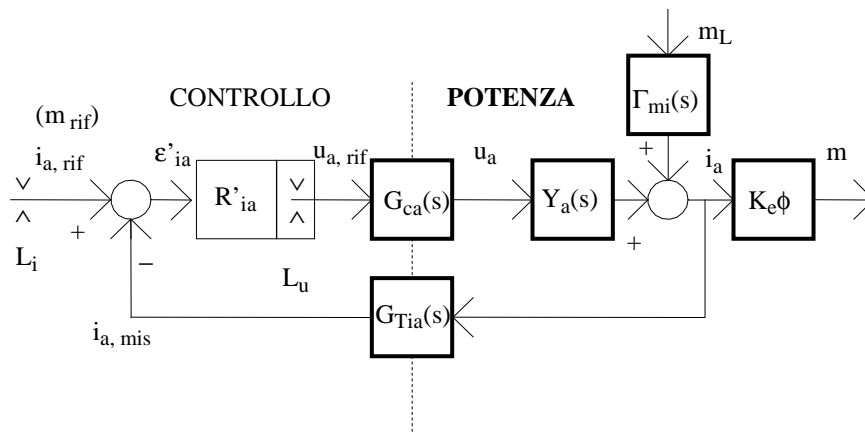


Fig. 2.2.2 - Schema di controllo della coppia di un motore a corrente continua a flusso costante

Per quanto riguarda il trasduttore di corrente, si potrà in genere assumere che la sua fdt $G_{Tia}(s)$ sia dello stesso tipo della $G_{ca}(s)$, con un guadagno statico e (almeno) un polo a denominatore legato ad una costante di tempo τ_{Tia} . Tuttavia, nel corso di questo capitolo si assumerà che la costante di tempo τ_{Tia} sia sufficientemente più piccola delle altre costanti di tempo presenti nello schema e quindi possa essere trascurata descrivendo la fdt $G_{Tia}(s)$ con il suo solo guadagno statico K_{Tia} .

Lo schema di Fig. 2.2.2 può essere modificato in quello equivalente di Fig. 2.2.3 ove il guadagno del trasduttore di corrente è stato riportato nella catena diretta (e il suo reciproco fra il segnale di ingresso e il nodo sommatore) e il guadagno statico K_{ca} della fdt del convertitore statico è stato separato dalla parte dinamica della stessa fdt.

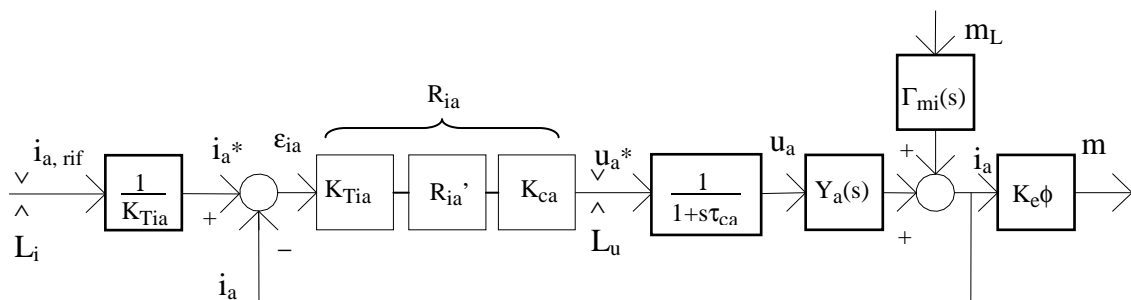


Fig. 2.2.3 - Schema di controllo della corrente a reazione unitaria

Il vantaggio della trasformazione è quello di essersi ricondotti ad un sistema di controllo a reazione unitaria. I guadagni K_{Tia} e K_{ca} sono quindi conglobati con il regolatore di corrente R'_{ia} per ottenere il nuovo regolatore R_{ia} . Nello schema compaiono le nuove grandezze di riferimento i_a^* e u_a^* che, in virtù della reazione unitaria e del guadagno unitario del blocco dinamico che

rappresenta il convertitore, sono numericamente coincidenti rispettivamente con l'intensità della corrente e della tensione di armatura desiderate.

Il progetto del regolatore di corrente R_{ia} viene condotto in modo da soddisfare definite specifiche che dipendono anche dal campo di applicazione dell'azionamento. Fra di esse si trovano spesso specificazioni sui limiti superiori o inferiori ammessi per una o più delle seguenti grandezze:

- Errore di corrente a regime $\varepsilon_{ia}(\infty)$ all'ingresso a gradino
- Errore di corrente a regime $\varepsilon_{ia}(\infty)$ in presenza di coppia di disturbo costante
- Banda passante, $f_{BW_{ia}}$
- Tempo di salita nella risposta all'ingresso a gradino, t_r
- Margine di fase, m_ϕ
- Sovraelongazione nella risposta al gradino, σ
-

Si ricorda che le grandezze sopra elencate non sono fra loro indipendenti. Il progetto del regolatore richiede perciò a volte una soluzione di compromesso fra le varie esigenze.

Il regolatore di corrente R_{ia} che compare nello schema di Fig. 2.2.3 può basare il suo funzionamento su diversi principi, anche ricorrendo ad algoritmi non lineari. Di seguito si illustreranno alcune delle soluzioni di maggior interesse.

2.2.1 – Controllo di corrente con regolatori PID. – Le assunzioni che hanno portato allo schema di controllo della corrente di armatura illustrato nelle precedenti figure di questo paragrafo (flusso induttore costante, assenza di saturazione magnetica nel ferro, comportamento lineare del convertitore e del carico meccanico ecc.) hanno permesso di ottenere un sistema lineare che può essere agevolmente trattato con i classici e più comuni metodi di analisi e di progetto dei sistemi automatici. In linea con tale impostazione, per il regolatore R_{ia} si potrà impiegare una delle più comuni forme di *reti correttrici* rappresentata dai regolatori PID

$$R_{ia}(s) = K_{P_{ia}} + \frac{K_{I_{ia}}}{s} + sK_{D_{ia}} \quad (2.2.1)$$

dei quali si dovranno progettare i diversi guadagni proporzionale $K_{P_{ia}}$, integrale $K_{I_{ia}}$, derivativo $K_{D_{ia}}$ (o alcune costanti di tempo se scritto in altra forma come in seguito mostrato).

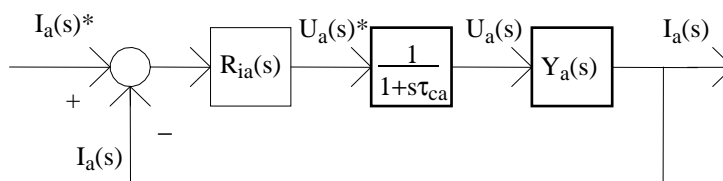


Fig. 2.2.4 - Schema di controllo della corrente nel dominio di s .

Nell'ipotesi di struttura PID definita dalla (2.2.1), il regolatore di corrente risulta lineare. Se si trascura la presenza dei limitatori (che sono blocchi non lineari), ipotizzando di operare con livelli dei segnali di riferimento sufficientemente piccoli per cui i limitatori non intervengono, l'anello di controllo della corrente di Fig. 2.2.3 può essere esaminato nel dominio di s (dominio di Laplace) facendo riferimento alla Fig. 2.2.4.

Nel corso di queste note si farà uso della tecnica di progetto dei regolatori basata sui diagrammi di Bode (risposta in frequenza). Ogni altra tecnica di progetto del controllo (luogo delle radici, diagrammi di Nyquist, ecc) sarebbe comunque ugualmente applicabile.

La tecnica di progetto basata sui diagrammi di Bode richiede, come noto, lo studio del comportamento in frequenza della fdt ad anello aperto GH , ove G è la fdt della catena diretta ed H quella della catena di reazione (H è unitaria in Fig. 2.2.4). Il soddisfacimento delle specifiche di controllo a catena chiusa è ottenuto facendo soddisfare alla risposta in frequenza di GH peculiari condizioni.

Il progetto prende avvio studiando dapprima, analiticamente e/o graficamente, la risposta in frequenza della fdt GH_R che è la fdt ad anello aperto ad esclusione del regolatore R_{ia} che è ancora da definire. In base alla Fig. 2.2.4 si ottiene

$$GH_R(s) = \frac{1}{1 + s\tau_{ca}} Y_a(s) \quad (2.2.2)$$

che, tenendo conto dell'espressione di $Y_a(s)$, diventa

$$GH_R(s) = \frac{1}{1 + s\tau_{ca}} \frac{B + sJ}{(K_e \Phi)^2 \left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right)} \quad (2.2.3)$$

ove p_1 e p_2 sono le radici del denominatore $D(s)$ definito nel par. 1.5.

Assumendo la condizione più frequente nella quale $\tau_a \ll \tau_{m1} \ll \tau_m$ per cui $p_1 = -1/\tau_a$ e $p_2 = -1/\tau_{m1}$, la (2.2.3) può essere riscritta e riordinata nella forma seguente

$$GH_R(s) = \frac{B}{(K_e \Phi)^2} \frac{(1 + s\tau_m)}{(1 + s\tau_{ca})(1 + s\tau_a)(1 + s\tau_{m1})} \quad (2.2.4)$$

Lo studio in frequenza della $GH_R(s)$ si ottiene esaminando modulo e fase della funzione complessa $GH_R(j\omega)$ nella variabile di studio ω che si ricava dalla (2.2.4) con la sostituzione $s=j\omega$. I diagrammi approssimati (asintotici e costanti a tratti) che ne risultano dell'ampiezza (in dB) e della fase (in rad) sono quelli di Fig. 2.2.5. avendo assunto ragionevolmente che $\tau_{ca} < \tau_a$. Nella stessa figura è rappresentata qualitativamente anche la reale risposta in frequenza della fase (curva a tratteggio).

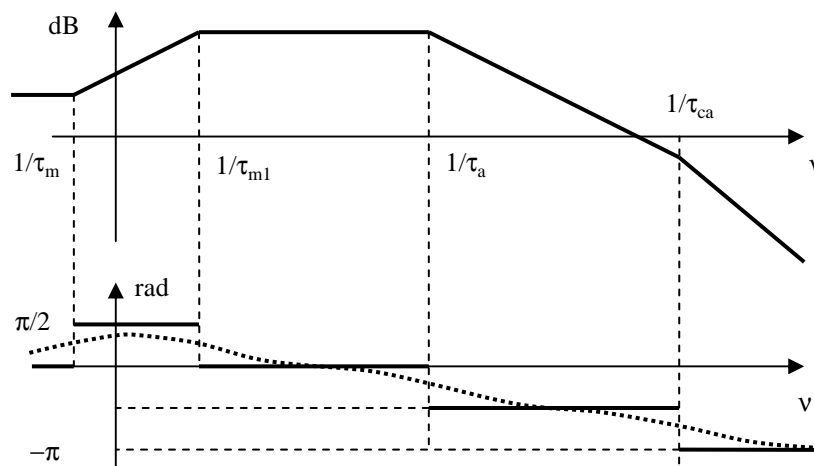


Fig. 2.2.5 - Diagrammi di Bode di $GH_R(j\omega)$

Si possono quindi esaminare le differenti prestazioni che si ottengono con differenti regolatori di corrente.

2.2.1.1 – Regolatore di corrente di tipo P. – Il regolatore di corrente di tipo P è definito dalla relazione

$$R_{ia}(s) = K_{Pia} \quad (2.2.5)$$

La funzione di trasferimento ad anello aperto $GH(s)$ si ottiene pertanto moltiplicando semplicemente $GH_R(s)$ per K_{Pia} senza che ne venga modificata la mappa dei poli e degli zeri e, conseguentemente, resta inalterato il diagramma della fase. Il solo effetto è una traslazione verticale verso l'alto ($K_{Pia} > 1$) o verso il basso ($K_{Pia} < 1$) del diagramma del modulo di Fig. 2.2.5, come rappresentato in Fig. 2.2.6. Ciò fa variare la frequenza (angolare) di attraversamento ν_{Aia} , che corrisponde approssimativamente alla banda passante $2\pi f_{BWia}$ del controllo di corrente. Con ν_{Aia} si modifica anche il margine di fase m_ϕ ; si riconosce che *per avere una margine di fase di almeno circa $\pi/4$ rad* (cioè 45° , che è il limite pratico inferiore in applicazioni di questo tipo) *la frequenza di attraversamento ν_{Aia} non può superare $1/\tau_{ca}$ e ciò comporta un limite superiore per il valore di K_{Pia} che si può imporre e per la banda passante f_{BWia} che si può ottenere.*

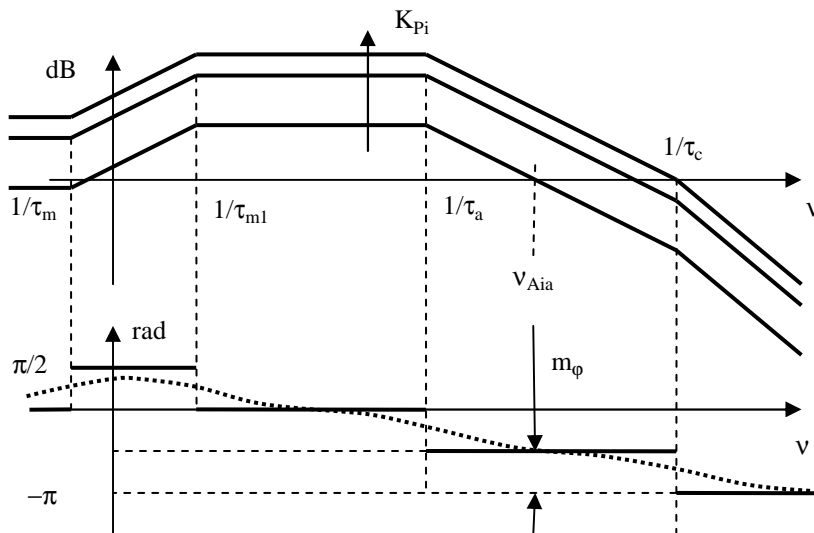


Fig. 2.2.6 - Diagrammi di Bode di $GH(jv)$

Per esempio usando un convertitore ad SCR con τ_{ca} pari a 2 ms si può stimare una banda passante massima pari a $1/0.002 = 500$ rad/s corrispondenti a circa 80 Hz. In pratica per avere un margine di fase più abbondante anche per cancellare l'effetto negativo di altri poli che si sono trascurati nella semplice trattazione riportata, la banda passante massima sarà approssimativamente pari alla metà di quella sopra valutata, cioè di circa 40 Hz.

A partire dalla (2.2.4) e aiutandosi con la Fig. 2.2.6, il valore di K_{Pia} può essere ottenuto analiticamente imponendo che alla desiderata frequenza di attraversamento ν_{Aia} l'ampiezza della $GH(jv)$ sia unitaria (corrispondente al valore nullo in dB). Ne risulta:

$$1 = K_{Pia} \frac{B}{(K_e \Phi)^2} \frac{\sqrt{1 + (\nu_{Aia} \tau_m)^2}}{\sqrt{1 + (\nu_{Aia} \tau_c)^2} \sqrt{1 + (\nu_{Aia} \tau_a)^2} \sqrt{1 + (\nu_{Aia} \tau_{ml})^2}} \quad (2.2.6)$$

da cui si ricava il valore del guadagno proporzionale K_{Pia} .

Si può quindi verificare il margine di fase m_ϕ dalla fase della $GH(jv)$ in corrispondenza alla frequenza angolare v_{Aia} , con la:

$$m_\phi = \arg[GH(jv_{Aia})] - (-\pi) = \arg[GH(jv_{Aia})] + \pi \quad (2.2.7)$$

ovvero

$$m_\phi = \arctan(v_{Aia} \tau_m) - \arctan(v_{Aia} \tau_c) - \arctan(v_{Aia} \tau_a) - \arctan(v_{Aia} \tau_{m1}) + \pi \quad (2.2.8)$$

Si nota che il margine di fase non dipende da K_{Pia} , come già affermato, ma solo dalla frequenza angolare di attraversamento v_{Aia} .

E' interessante esaminare il comportamento del controllo di corrente di armatura con regolatore P, in termini di errore a regime ϵ_{ia} all'ingresso costante. Come noto l'errore a regime ad un ingresso costante $\epsilon_{ia} = I_a^* - I_a$ può essere espresso in valore relativo rispetto al riferimento dalla

$$\frac{I_a^* - I_a}{I_a^*} = \frac{1}{1 + G(0)} \quad (2.2.9)$$

Come si evince dal grafico di Fig. 2.2.6 il valore di $G(0)$ è finito e pertanto l'errore è sempre non nullo e tanto più grande quanto più piccolo è $G(0)$. Aumentando K_{Pia} si ottiene una riduzione dell'errore a regime, ma ciò non può essere forzato a piacere per il limite superiore che affligge K_{Pia} per le esigenze di stabilità appena discusse.

In particolare se il carico meccanico è puramente inerziale ($B=0$) si trova che $G(0)=0$ e la (2.2.6) porge sempre il valore unitario ossia a regime $I_a=0$ in risposta a qualsiasi I_a^* ².

Questo comportamento si può spiegare in questo modo. Se il carico è puramente inerziale e $m_L=0$, come sopra assunto, l'unica soluzione a regime (cioè con grandezze costanti nel tempo) possibile è con $\omega=cost$ e quindi con coppia e corrente di armatura nulle. Il riferimento di corrente diventa tutto errore di corrente che moltiplicato per K_{Pia} si trasforma in riferimento di tensione (in definitiva in tensione di armatura). Al variare del riferimento di corrente si ha perciò a regime una variazione della tensione applicata al motore e pertanto una diversa velocità di marcia.

Esercizio: Esaminare l'errore di corrente di armatura a regime $\epsilon_{ia}(\infty)$ con regolatore di corrente di tipo P e con carico inerziale caratterizzato da $B=0$, ma $m_L=M_L=cost \neq 0$.

2.2.1.2 – Regolatore di corrente di tipo PI. – Il regolatore di corrente di tipo PI è definito dalla relazione

$$R_{ia}(s) = K_{Pia} + \frac{K_{Iia}}{s} = K_{Pia} \frac{1 + s\tau_{Ria}}{s\tau_{Ria}} = K_{Iia} \frac{1 + s\tau_{Ria}}{s} \quad (2.2.10)$$

² Si noti che la trattazione si riferisce alla risposta all'ingresso I^* . L'altro ingresso (disturbo) m_L è assunto nullo. Una corrente I_a diversa da zero si potrebbe avere in presenza di coppia di disturbo diversa da zero, ma ciò non inficia i risultati cui si sta pervenendo.

ove $\tau_{Ria} = K_{Pia} / K_{Iia}$.

La funzione di trasferimento ad anello aperto $GH(s)$ si ottiene ancora moltiplicando $GH_R(s)$ per $R_{ia}(s)$ data dalla (2.2.10). In termini di risposta in frequenza ciò corrisponde a sommare le ampiezze (in dB) e le fasi della $GH_R(jv)$ e della $R_i(jv)$ come illustrato in Fig. 2.2.7

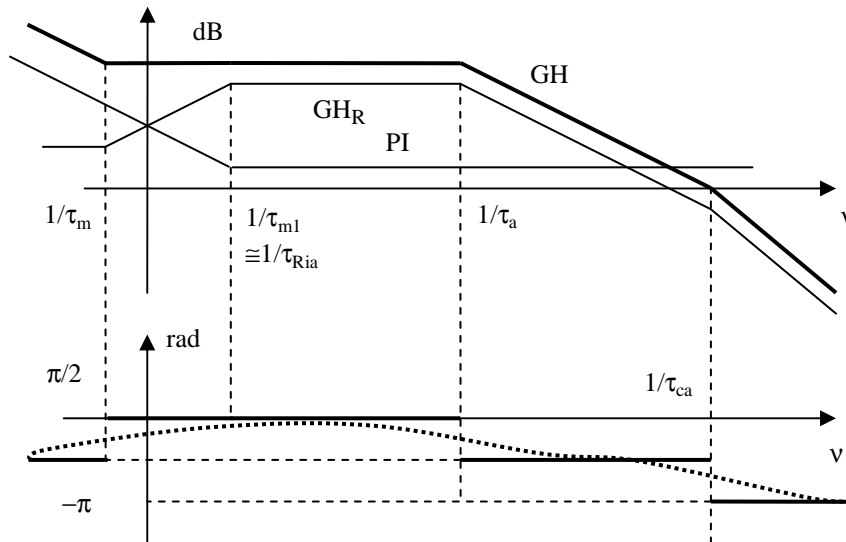


Fig. 2.2.7 Diagrammi di Bode con $R_{ia}(jv)$ di tipo PI

Solitamente (ma non obbligatoriamente) la costante di tempo τ_{Ria} del regolatore di corrente viene posta all'incirca pari alla costante di tempo elettromeccanica τ_{m1} come nella Fig. 2.2.6 così da avere una cancellazione polo-zero nella catena diretta.

Si osserva che i comportamenti alle alte frequenze, cioè al di sopra di $v=1/\tau_{Ria}$ dei diagrammi di Bode di Fig. 2.2.6 (regolatore di tipo P) e di quello di Fig. 2.2.7 (regolatore di tipo PI) non differiscono. Ciò è conseguenza del fatto che alle alte frequenze il regolatore PI si comporta come un semplice regolatore P, avendo la parte proporzionale un effetto dominante su quella integrale. Di conseguenza dal punto di vista degli indici di stabilità e della banda passante le due soluzioni sono equivalenti e permangono gli stessi limiti di banda passante e di guadagno proporzionale dedotti della discussione del regolatore di tipo P: *per avere una margine di fase di almeno $\pi/4$ rad la frequenza di attraversamento v_{Aia} non può superare $1/\tau_{ca}$ e ciò comporta un limite superiore per il valore che si può imporre a K_{Pia} e per la banda passante f_{Bwia} che si può ottenere.* Con buona approssimazione il guadagno proporzionale si può ancora stimare con la (2.2.6) oppure, più precisamente dalla:

$$1 = K_{Pia} \frac{B}{(K_e \Phi)^2} \frac{\sqrt{(1 + (v_{Aia} \tau_m)^2)} \sqrt{(1 + (v_{Aia} \tau_{Ri})^2)}}{v_{Aia} \tau_{Ria} \sqrt{(1 + (v_{Aia} \tau_{ca})^2)} \sqrt{(1 + (v_{Aia} \tau_a)^2)} \sqrt{(1 + (v_{Aia} \tau_{m1})^2)}} \quad (2.2.11)$$

una volta definiti i valori di v_{Aia} e di τ_{Ria} . Da questi dipende il margine di fase che è sempre espresso dalla (2.2.7). Nel caso in esame di regolatore di corrente di tipo PI questa diventa:

$$m_\phi = \arctan(v_{Aia} \tau_{Ria}) - \frac{\pi}{2} + \arctan(v_{Aia} \tau_m) - \arctan(v_{Aia} \tau_{ca}) - \arctan(v_{Aia} \tau_a) - \arctan(v_{Aia} \tau_{m1}) + \pi \quad (2.2.12)$$

nella quale il primi due addendi a secondo membro sono i contributi del regolatore.

La (2.2.12) può essere utilizzata per progettare τ_{Ria} fissato il margine di fase. Naturalmente per quest'ultimo si devono imporre valori fisicamente ottenibili secondo le indicazioni della Fig. 2.2.7. Infine, una volta calcolati τ_{Ria} e K_{Pia} , si ottiene facilmente K_{Iia} dalla $K_{Iia} = K_{Pia} / \tau_{Ria}$.

Il comportamento alle basse frequenze della fdt a catena aperta con regolatore PI e, in particolare, quello a frequenza nulla, è invece significativamente diverso da quello che si ottiene con regolatore P e merita di essere approfondito.

Si riconosce innanzitutto che se $B \neq 0$ la $G(s)$ (come la $GH(s)$) tende all'infinito per s che tende a zero. Di conseguenza per la (2.2.9), sempre applicabile, l'errore di corrente a regime è nullo. Ciò pare ovvio avendo ottenuto, con l'introduzione dell'azione integrale nel regolatore, un sistema di controllo di tipo 1.

Tuttavia se $B=0$, la $Y_a(s)$ contiene uno zero nell'origine al numeratore che cancella il polo nell'origine a denominatore della $R_{ia}(s)$ e l'errore di corrente nullo a regime non è più garantito, a meno che il riferimento di corrente non sia zero (come la coppia di disturbo: sistema a riposo).

Questo risultato sembra paradossale, ma si può spiegare nel seguente modo. Si immagini, come ipotesi di lavoro da confermare, che il riferimento di corrente e l'errore di corrente siano costanti. Allora costante è anche il segnale di reazione della corrente e pertanto anche la corrente di armatura e, conseguentemente, la coppia. Con coppia costante la velocità è linearmente crescente (ipotesi di carico solo inerziale) e quindi anche la fem e la tensione del motore. Ciò è congruente con l'errore di corrente costante che produce, attraverso l'azione integrale del regolatore, un riferimento di tensione al convertitore linearmente crescente assieme alla tensione (che è anche la tensione di armatura) di uscita dello stesso convertitore. Eventuali limiti (fisici o imposti dal controllo) nella tensione di uscita del convertitore o nel suo riferimento impediscono che la crescita lineare di queste grandezze avvenga indefinitamente, lasciando comunque un errore non nullo di corrente.

2.2.1.3 – Regolatore di corrente di tipo PID. – Il regolatore di corrente di tipo PID è definito dalla relazione

$$R_{ia}(s) = K_{Pia} + \frac{K_{Iia}}{s} + sK_{Dia} = \frac{sK_{Pia} + K_{Iia} + s^2K_{Dia}}{s} = K_{Iia} \frac{(1 + s\tau_{Ria})(1 + s\tau_{Dia})}{s} \quad (2.2.13)$$

ove $-1/\tau_{Ria}$ e $-1/\tau_{Dia}$ sono le radici (supposte reali) del polinomio a numeratore che compare nella seconda formulazione in (2.2.13). Dalla ultima scrittura in (2.2.13) si evince che il regolatore PID è assimilabile ad un regolatore PI seguito da un fattore proporzionale-derivativo. Quest'ultimo presenta una risposta in frequenza con ampiezza crescente con la frequenza stessa al di sopra del punto di spezzamento $1/\tau_{Di}$. Tale comportamento si ripercuote anche sul regolatore PID e non è in pratica accettabile per l'esaltazione dei rumori ad alta frequenza sempre presenti sui vari segnali di controllo di un azionamento (come di ogni altro sistema). All'atto pratico il regolatore PID della (2.2.13) viene quindi sostituito da quello definito dall'espressione

$$R_{ia}(s) = K_{Iia} \frac{1 + s\tau_{Ria}}{s} \cdot \frac{1 + s\tau_{Dia}}{1 + s\tau_{Dia1}} \quad (2.2.14)$$

con $\tau_{Ria} > \tau_{Dia} > \tau_{Dia1}$. Esso è interpretabile come un PI seguito da una rete anticipatrice la cui risposta in frequenza al crescere della frequenza rimane limitata (v. Fig. 2.2.8).

Si riconosce che il comportamento del regolatore PID alle basse frequenze è identico a quello del regolatore PI e pertanto quanto detto in merito nel paragrafo precedente rimane valido.

Si modifica invece il comportamento alle alte frequenze. Il controllore di corrente PID rappresentato in Fig. 2.2.8 è stato progettato con gli stessi criteri già visti per la soluzione PI per quanto riguarda la scelta della costante di tempo τ_{Ria} mentre la costante di tempo τ_{Dia} è stata scelta

coincidente con quella che rappresenta il ritardo del convertitore di potenza così da avere una cancellazione polo-zero nella catena diretta dell'anello di controllo e lo spostamento del punto di spezzamento della $GH(jv)$ che prima era in $1/\tau_{ca}$ al valore più elevato pari a $1/\tau_{Dia1}$. Si ottiene così il vantaggio di poter alzare la frequenza di attraversamento (ovvero la banda passante) oltre il limite $1/\tau_{ca}$ caratteristico dei regolatori di tipo P o PI, fino, a parità di margine di fase al valore $1/\tau_{Dia1}$.

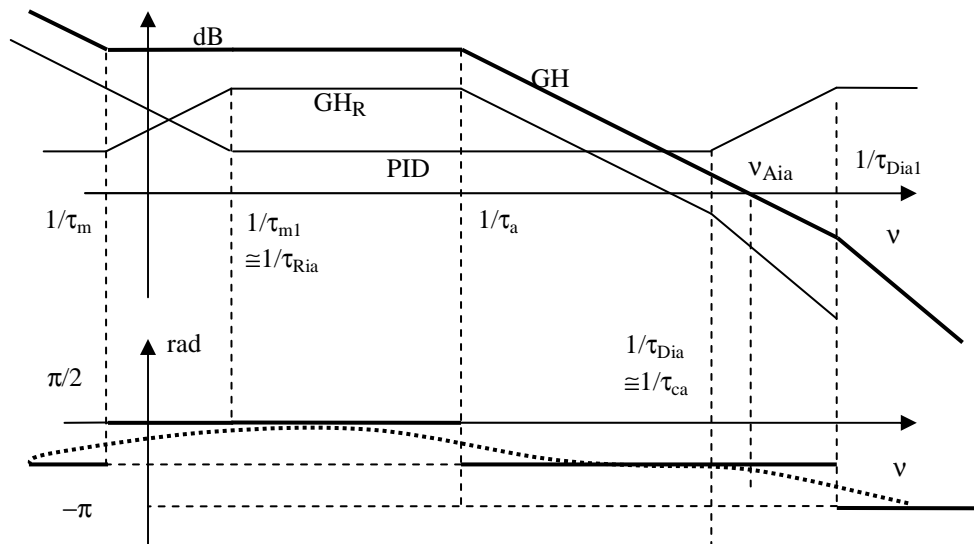


Fig. 2.2.8 Diagrammi di Bode con $R_{ia}(jv)$ di tipo PID

Alternativamente, a parità di frequenza di attraversamento, l'utilizzo di un regolatore di tipo PID incrementa il margine di fase riducendo, se presente, la sovralongazione nella risposta all'ingresso a gradino. Nella Fig. 2.2.8, la frequenza di attraversamento è stata scelta in modo che il suo valore e anche quello del margine di fase siano maggiori di quelli ottenuti con il regolatore di corrente di tipo PI di Fig. 2.2.7.

2.2.1.4 – Espressione della fdt a catena chiusa – La funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_{ia}(s)$ del controllo di corrente di armatura è, come noto, legata alla fdt $GH(s)$ ad anello aperto dalla relazione

$$W_{ia}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H} \quad (2.2.15)$$

ove si è assunto per comodità che H non dipenda da s (guadagno statico in reazione). Nota la risposta in frequenza della $GH(jv)$, una approssimazione che spesso viene utilizzata per ottenere la risposta in frequenza $W_{ia}(jv)$ è la seguente

$$W_{ia}(jv) = \frac{G(jv)}{1 + G(jv)H} \approx \begin{cases} 1/H & \text{se } |G(jv)H| > 1 \text{ cioè } v < v_{Aia} \\ G(jv) & \text{se } |G(jv)H| < 1 \text{ cioè } v > v_{Aia} \end{cases} \quad (2.2.16)$$

dove v_{Aia} è la pulsazione di attraversamento dell'asse delle ascisse nel diagramma di Bode di $GH(jv)$. Applicando questa approssimazione al caso in esame dell'anello di corrente con retroazione unitaria si può approssimare la $W_{ia}(jv)$ con la curva a tratto continuo nella Fig. 2.2.9, che corrisponde alla risposta in frequenza della funzione di trasferimento $W_{ia}(s)$ espressa dalla

$$W_{ia}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{v_{Aia}}\right)(1 + s\tau_{ca})} \quad (2.2.17)$$

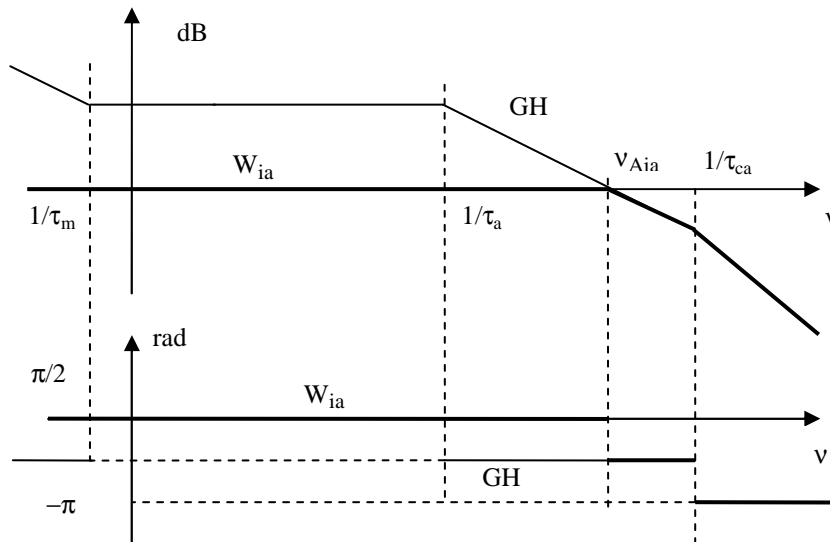


Fig. 2.2.9 - Diagrammi di Bode della $W_{ia}(jv)$ con $R_{ia}(jv)$ di tipo PI

Nel caso in cui il regolatore sia di tipo PID valgono ancora le approssimazioni sopra descritte, sostituendo τ_{ca} con τ_{Dia1} .

2.3 – Controllo di velocità

Si può passare ora al progetto dell'anello per la regolazione della velocità. Lo schema a blocchi a cui far riferimento è riportato in Fig.2.3.1 con riferimento ad un carico meccanico inerziale.

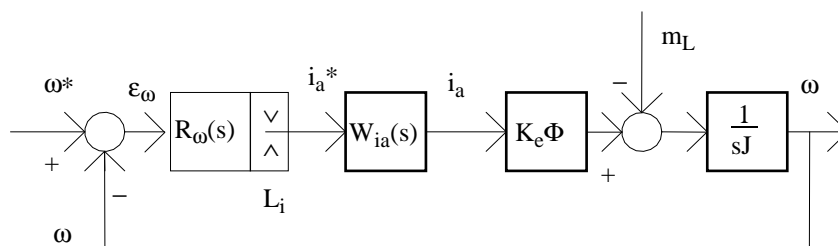


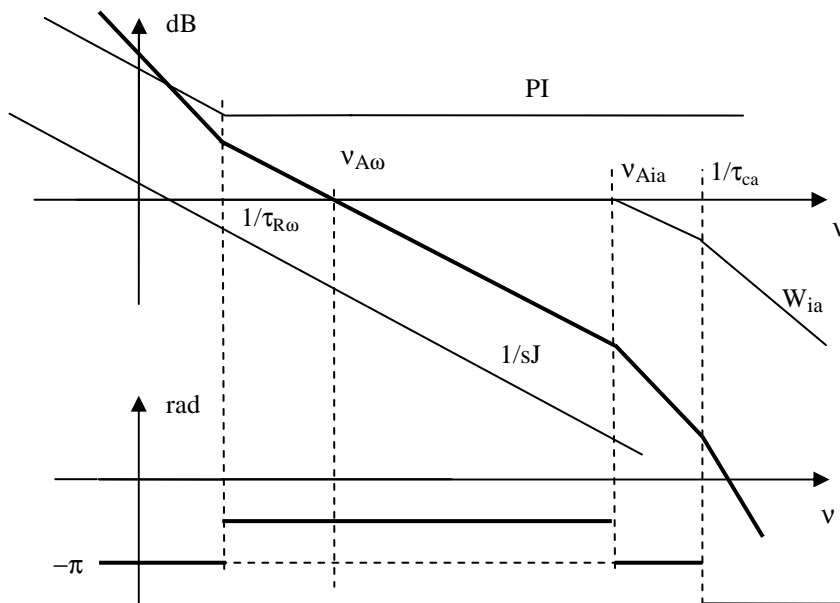
Fig. 2.3.1: Schema di controllo della velocità

Anche in questo caso una scelta largamente condivisa per il regolatore di velocità è un PI, caratterizzato da un guadagno $K_{P\omega}$ e da una costante di tempo $\tau_{R\omega}$:

$$R_{\omega}(s) = K_{P\omega} \frac{1 + s\tau_{R\omega}}{s\tau_{R\omega}} \quad (2.3.1)$$

La funzione $GH(s)$ ad anello aperto vale in questo caso:

$$GH(s) = \frac{K_{P\omega} K_e \phi}{\tau_{R\omega} J} \frac{(1 + s\tau_{R\omega})}{s^2 \left(1 + \frac{s}{v_{Aia}}\right) (1 + s\tau_{ca})} \quad (2.3.2)$$


 Fig. 2.3.2 Diagrammi di Bode dell'anello di velocità con $R_\omega(jv)$ di tipo PI

Dall'esame della risposta in frequenza della (2.3.2) si riconosce che per avere un intervallo nella scala delle frequenze ove collocare il punto di attraversamento $v_{A\omega}$ con sufficiente margine di fase occorre scegliere $1/\tau_{R\omega}$ minore di v_{Aia} , si veda la Fig. 2.3.2. Una regola pratica è scegliere $v_{A\omega}$ in modo che sia la media geometrica fra $1/\tau_{R\omega}$ e v_{Aia} e posizionare questi due alla distanza di circa una decade (*metodo dell'ottimo simmetrico*).

Una differente procedura che si può adottare è la seguente. Si impone una pulsazione di attraversamento $v_{A\omega}$ pari a circa la metà della pulsazione v_{Aia} e $1/\tau_{R\omega}$ almeno una decade minore della pulsazione di attraversamento citata. Nell'ipotesi di considerare abbastanza lontani gli altri poli, si può dimostrare, con qualche approssimazione, che questo porta ad avere un margine di fase m_ϕ di circa 64° .

Si può far riferimento alla figura 2.3.2 nell'intorno v_{Aia} . L'evoluzione della fase di GH in tale intorno attorno vale:

$$\arg(GH(jv)) = -\frac{\pi}{2} + \arg\left(\frac{1}{1 + jv/v_{A\omega}}\right) = -\frac{\pi}{2} - \arctan\frac{v}{v_{A\omega}}$$

Per una pulsazione pari alla metà di v_{Aia} il margine di fase sarebbe dunque:

$$m_\phi = \pi + \left[-\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right] \approx 64^\circ$$

Durante l'analisi degli schemi di controllo della velocità si è sempre assimilata la coppia di carico m_L ad un disturbo, considerato nullo durante il progetto dei regolatori. A progetto ultimato, è naturalmente possibile pensare di introdurre una coppia di carico, analizzandone l'influenza sulla velocità, in termini di trasformata di Laplace $\Omega(s)/M_L(s)$. Dallo schema di Fig.2.3.1, annullando il riferimento di velocità, è immediato ricavare la funzione di trasferimento cercata:

$$\frac{\Omega(s)}{M_L(s)} = -\frac{\frac{1}{sJ}}{1 + \frac{1}{sJ} R_\omega(s) W_{ia}(s) K_e \Phi} \quad (2.3.3)$$

dalla quale, sostituendo le espressioni esplicite, ed in particolare quella semplificata per $W_{ia}(s)$, si giunge ad una funzione razionale con due zeri e tre poli, di difficile interpretazione intuitiva. Se si fa invece l'ipotesi semplificativa che la dinamica dell'anello di corrente sia molto più rapida di quella dell'anello di velocità (e questo è normale negli azionamenti con convertitori molto veloci, come i chopper) si può pensare che la funzione di trasferimento $W_{ia}(s)$ si riduca ad un semplice guadagno unitario; in tal caso si ottiene:

$$\frac{\Omega(s)}{M_L(s)} = -\frac{s/J}{s^2 + \frac{K_{P\omega} K_e \Phi}{J} s + \frac{K_{P\omega} K_e \Phi}{J \tau_{R\omega}}} \quad (2.3.4)$$

La (2.3.4) è una funzione del secondo ordine; essa può essere paragonata alla funzione scritta in forma canonica, premoltiplicandola per il fattore $\tau_{R\omega}/K_{P\omega} K_e \Phi$; dal confronto si ricavano facilmente le espressioni per lo smorzamento ξ e la pulsazione naturale ω_o :

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_{P\omega} \tau_{R\omega} K_e \Phi}{J}} ; \quad \omega_o = \sqrt{\frac{K_{P\omega} K_e \Phi}{J \tau_{R\omega}}}$$

Rimane confermato come lo smorzamento sia tanto migliore quanto più alto è il guadagno del regolatore (si confronti con la Fig. 2.3.2 con v_{Aia} e $1/v_{Aia}$ portati all'infinito); le espressioni ricavate permettono inoltre di caratterizzare, sia pure in modo approssimato, l'intera dinamica dell'azionamento nei confronti dei transitori di coppia di carico.

2.4– Limitatori e antiwind-up – La limitazione della corrente si ottiene semplicemente introducendo all'uscita del regolatore di velocità un blocco limitatore L_i che forza il riferimento a stare nel campo ammesso $\pm I_{a,max}$; la corrente verrà in tal modo limitata con una veloce dinamica (dettata dalla banda passante dell'anello di corrente) e con sovraoscillazioni contenute e comunque predicibili dallo studio dell'anello di corrente. Allo stesso modo all'uscita dei regolatori di corrente è posto il limitatore di tensione L_u che costringe il riferimento di tensione a stare entro i valori $\pm U_{a,max}$.

Per un corretto funzionamento dei controlli di velocità e corrente, la presenza dei limitatori richiede anche di prevedere nell'implementazione dei regolatori PI delle opportune limitazioni della parte integrale, oltre che dell'uscita, per evitare il fenomeno di persistenza dell'azione integratrice noto come *wind-up*. Prendendo ad esempio in esame il regolatore di velocità, nella pratica esso può venir realizzato come illustrato in Fig.2.4.1.

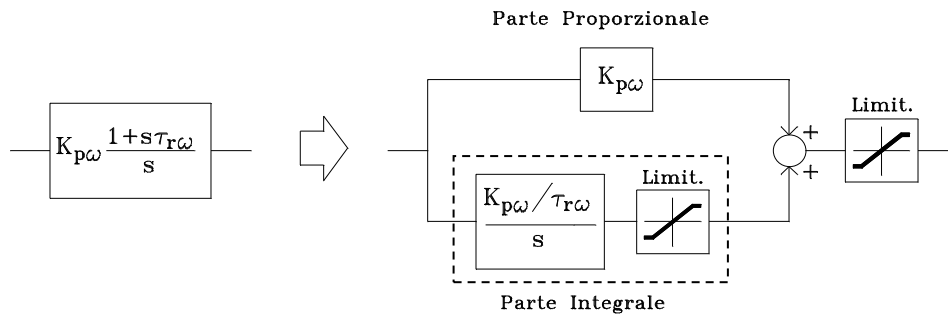


Fig.2.4.1 - PI con anti wind-up

La parte integrale contenuta in un'unica cornice con il suo limitatore sta a significare che trattasi di un "integratore limitato", cioè un blocco limitatore la cui azione integrale si attua solo finché il risultato dell'integrale rimane entro i limiti fissato, mentre la stessa azione cessa appena l'integrale raggiunge e cerca di fuoriuscire da tali limiti.

In assenza della limitazione sulla parte integrale succede che, in presenza di un errore di velocità ampio e persistente (per esempio positivo), l'integratore raggiunge valori che eccedono ampiamente il limite massimo posto in uscita al regolatore. Quando l'errore gradualmente diventa nullo e si rovescia, l'uscita del regolatore rimane insistentemente al suo valore massimo così forzata dal contributo dell'integrale. Solo dopo un certo tempo dopo il rovesciamento di segno dell'errore di velocità (in definitiva dopo che la velocità avrà superato ampiamente il suo riferimento) l'integratore si sarà "scaricato" e l'uscita potrà diminuire. Il fenomeno si potrà però manifestare di nuovo con segno diverso della grandezza di uscita, innescando una pendolazione che a volte si esaurisce con difficoltà.

Limitando il fenomeno del wind-up diminuisce l'overshoot nella risposta al gradino di riferimento; non è opportuno esaltare troppo questa diminuzione, perché in condizioni di carico, a regime, tutto il riferimento di corrente deve essere prodotto dalla parte integrale, (in quanto l'errore a regime è nullo). Ecco perché solitamente si pongono uguali i due limiti.

Una possibile migliona consiste nel limitare la parte integrale in modo dinamico, fissando cioè un limite che dipende dall'attuale contributo della parte proporzionale. Se, per esempio, il limite d'uscita è stato fissato pari a 20 V e, in un certo istante, il contributo della parte proporzionale del regolatore di velocità vale 15, si limita la parte integrale a $(20-15)=5V$, perché sarebbe inutile (e deleterio) un contributo maggiore. L'eccedenza ai 20V verrebbe infatti tagliata dal limitatore d'uscita.

2.5 - Azionamento con controllo di campo (controllo misto)

Come già osservato nei par. 1.4.4 e 1.4.5, una diversa possibilità per il controllo del motore consiste nel variare il flusso Φ prodotto dal circuito di eccitazione. Dato che tale flusso non può essere aumentato al di sopra del valore nominale (perché, per un motore ben sfruttato dal punto di vista magnetico, il flusso nominale non è molto lontano da quello che provoca la saturazione del circuito magnetico), l'unica possibilità rimane quella diminuire tale flusso (*deflussaggio*), per poter raggiungere velocità superiori alla velocità base Ω_B ; a tal scopo occorre introdurre un controllo combinato di armatura e di campo.

Una prima soluzione, per motori c.c. ad eccitazione indipendente, è rappresentata in Fig. 2.5.1.

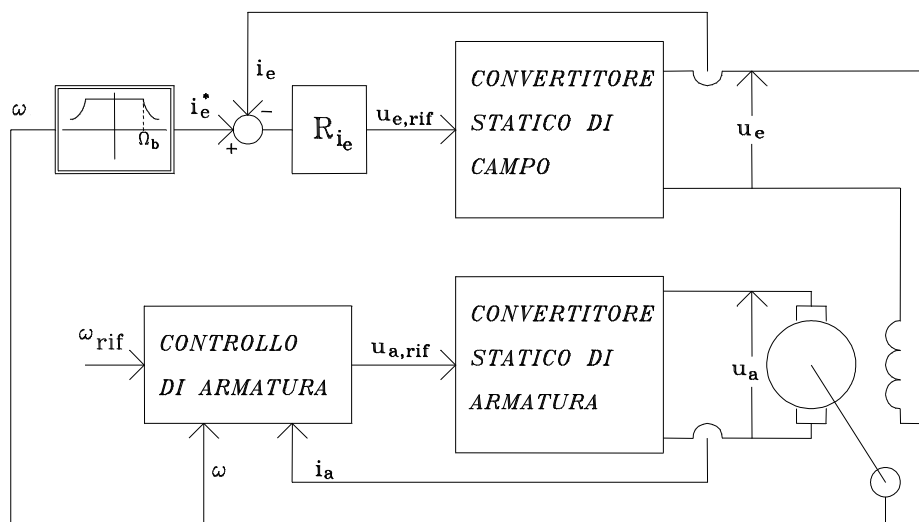


Fig. 2.5.1 - Controllo di campo con retroazione dalla velocità

Nel sistema di controllo dell'eccitazione è presente un anello di corrente; la retroazione è qui introdotta principalmente per allargare la banda passante del sistema, ovvero per rendere più pronte le variazioni di flusso che sono intrinsecamente rallentate dall'induttanza, solitamente grande, del circuito di eccitazione.

In alternativa, e in modo più semplice, si può infatti pensare ad un controllo di campo che produca direttamente il riferimento della tensione di eccitazione che differisce dalla corrente per il fattore della resistenza di eccitazione R_e . Il vantaggio di evitare la realizzazione di un controllo a catena chiusa sarebbe però pagato da una dinamica più modesta e da un errore di controllo del flusso dipendente dalle variazioni di resistenza di eccitazione con la temperatura.

In questo schema la grandezza di riferimento acquisita dal circuito di armatura è direttamente la velocità del motore ω . Fino a che essa si mantiene in valore assoluto inferiore alla velocità base Ω_B , all'anello di controllo della corrente di eccitazione i_e viene proposto un riferimento i_e^* in grado di produrre il flusso d'eccitazione nominale Φ_N .

Se la riluttanza della parte in ferro del circuito magnetico dell'eccitazione rimane trascurabile rispetto a quella del traferro, si può supporre vi sia linearità tra la corrente di eccitazione ed il flusso prodotto; quando viene richiesta al motore una velocità superiore a quella base, viene dunque prodotto un riferimento di corrente di eccitazione decrescente con legge iperbolica., per consentire di lavorare nella zona a potenza costante (cfr. par.1.3).

Una seconda soluzione, sempre per motori c.c. ad eccitazione indipendente, consiste nell'effettuare la retroazione direttamente della tensione di armatura, come illustrato in Fig.2.5.2.

Durante il funzionamento a coppia costante (cfr.par. 1.3) la tensione d'armatura si mantiene entro il valore nominale e l'errore all'ingresso del regolatore R_u risulta positivo. Di conseguenza il regolatore R_u , che si può per semplicità supporre puramente integrativo con limitazioni a zero e al valore massimo corrispondente al riferimento nominale di corrente di campo, genera un riferimento di corrente i_e^* tale da produrre il flusso di eccitazione nominale.

Quando viene invece imposto un riferimento di velocità superiore a quella base, la tensione d'armatura gradualmente giunge al valore nominale, tendendo a superarlo. L'errore all'ingresso di R_u tende dunque ad annullarsi, fino a diventare negativo. Corrispondentemente, viene ridotto il riferimento di corrente di eccitazione, per comandare il deflussaggio del motore e consentire le operazioni nella zona a potenza costante.

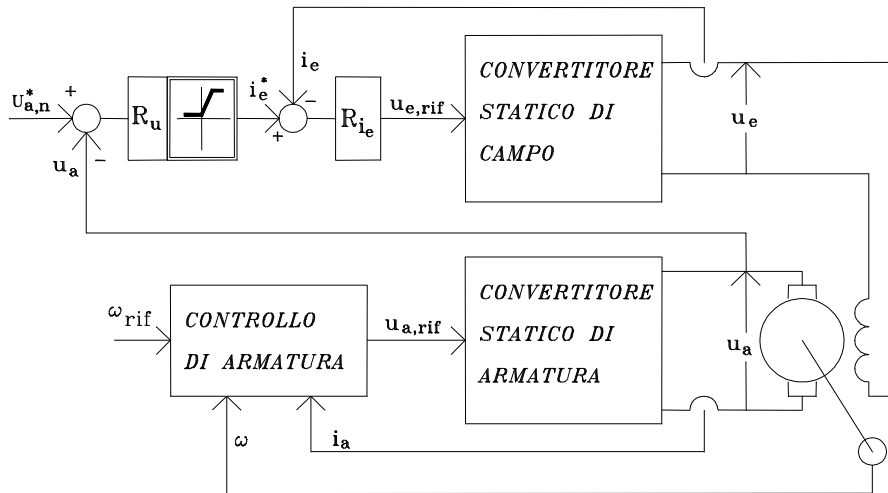


Fig. 2.5.2 - Controllo di campo con retroazione dalla tensione di armatura

Si noti come, per velocità inferiori a quella nominale, i due circuiti (d'armatura e di eccitazione) siano completamente separati ed agiscono in modo indipendente, non interferendo cioè l'uno con funzionamento dell'altro. Se invece si opera a velocità superiore a quella base, il circuito di controllo dell'eccitazione entra in funzione deflussando il motore; con ciò si verifica una variazione parametrica nei blocchi del sistema di controllo d'armatura, ove il flusso era considerato costante (cfr. par. da 2.2 a 2.5). Si può intuire come lo studio dinamico comprensivo di queste interazioni sia complesso e dipenda profondamente anche dalle caratteristiche costruttive del motore, che determinano il circuito magnetico e dunque la caratteristica di magnetizzazione dell'eccitazione.

Data la minor prontezza del sistema di eccitazione rispetto a quello d'armatura, si può comunque pensare, in prima approssimazione, che tali variazioni parametriche siano dei veri e propri disturbi; la stabilità dell'azionamento può in tal caso essere desunta da quella dei due sistemi separati, considerando che un disturbo non provoca instabilità, purché si sia previsto nei controllori d'armatura un margine di fase adeguato.

Come si è visto, lo scopo del deflussaggio è quello di aumentare la velocità con carichi ridotti accettando lo svantaggio di avere correnti di armatura più alte a parità di coppia sviluppata; quindi non è appropriato utilizzare il deflussaggio come controllo della velocità, almeno fino a che non siano state esplorate tutte le possibilità di utilizzo del semplice controllo di armatura.

Se più motori sono alimentati dallo stesso convertitore di tensione d'armatura, come può essere nelle pratiche applicazioni nelle cartiere o nei laminatoi a ciclo continuo, piccoli aggiustamenti indipendenti del flusso dei singoli motori (inferiori al 20%) rappresentano solitamente la migliore soluzione per adeguare accuratamente le velocità dei motori alle richieste del carico.